N° D'ORDRE : 763

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE D'INGÉNIEUR-DOCTEUR

PAR

Jean MASSÉ

1re THÈSE. — Contribution à l'étude du générateur magnétohydrodynamique

2e THÈSE. — Tube de Ranque.

Soutenues le 13-6-1962 devant la Commission d'examen.

MM. P. GERMAIN — *Président.*
R. SIESTRUNCK, R. COMOLET — *Examinateurs.*

PARIS
IMPRIMERIE JOUVE
15, RUE RACINE 15,
—
1963

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Nom du Candidat : **MASSÉ Jean**

Date de la soutenance : 13 juin 1962

Numéro d'ordre : 763

1

MASSÉ (Jean). — Contribution à l'étude du générateur magnéto-hydrodynamique. — *Paris*, 1963, JOUVE éditeurs, in-8°, 104 pages.

Th. Ingénieur-Docteur Paris, 1962. N° 763.

2

MASSÉ (Jean). — Contribution à l'étude du générateur magnéto-hydrodynamique. — *Paris*, 1963, JOUVE éditeurs, in-8°, 104 pages.

Th. Ingénieur-Docteur, Paris, 1962. N° 763.

3

MASSÉ (Jean). — Contribution à l'étude du générateur magnéto-hydrodynamique. — *Paris*, 1963, JOUVE éditeurs, in-8°, 104 pages.

Th. Ingénieur-Docteur, Paris, 1962. N° 763.

4

MASSÉ (Jean). — Contribution à l'étude du générateur magnéto-hydrodynamique. — *Paris*, 1963, JOUVE éditeurs, in-8°, 104 pages.

Th. Ingénieur-Docteur, Paris, 1962. N° 763.

N° D'ORDRE : 763

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE D'INGÉNIEUR-DOCTEUR

PAR

Jean MASSÉ

1re THÈSE. — Contribution à l'étude du générateur magnétohydrodynamique

2e THÈSE. — Tube de Ranque.

Soutenues le 13-6-1962 devant la Commission d'examen.

MM. P. GERMAIN *Président.*
R. SIESTRUNCK, R. COMOLET *Examinateurs.*

PARIS
IMPRIMERIE JOUVE
15, RUE RACINE, 15
—
1963

R.UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

PROFESSEURS

Doyen ..... M. ZAMANSKY

G. JULIA	T	Analyse supérieure et Algèbre supérieure.
DE BROGLIE	T	Théories physiques.
PRENANT	T	Anatomie et Histologie comparées.
GRASSÉ	T	Evolution des êtres organisés.
PRÉVOST	T	Chimie organique.
CHAUDRON	T	Chimie appliquée.
WYART	T	Minéralogie et Cristallographie
TEISSIER	T	Zoologie.
MANGENOT	T	Biologie végétale (Orsay).
AUGER	T	Physique quantique et Relativité.
MONNIER	T	Physiologie générale.
PIVETEAU	T	Paléontologie.
ROCARD	T	Physique (E. N. S.).
CARTAN	T	Mathématiques (E. N. S.).
LAFFITTE	T	Chimie générale.
FAVARD	T	Géométrie supérieure.
COULOMB	T	Physique du Globe.
Mlle COUSIN	T	Biologie animale (S.P.C.N.).
CHRÉTIEN	T	Chimie minérale.
DRACH	T	Zoologie.
KASTLER	T	Physique (E. N. S.).
EPHRUSSI	T	Génétique.
RIVIÈRE	T	Géologie (S. P. C. N.) et sédim.
GAUTHERET	T	Biologie végétale (P. C. B.).
LUCAS R.	T	Recherches physiques.
THOMAS A.	T	Biologie cellulaire.
ARNULF	T	Optique appliquée.
MORAND	T	Physique Enseignement.
SOLEILLET	T	Physique (P. C. B.).
FORTIER	T	Mécanique expérimentale des fluides.
DANJON	T	Astronomie.
PETIT	T	Biologie maritime.
QUENEY	T	Météorologie et dynamique atmosphérique.
GALLIEN	T	Embryologie.
EICHHORN	T	Botanique.
DE CUGNAC	T	Biologie végétale (S.P.C.N.).
Mlle CAUCHOIS ...	T	Chimie physique.
THELLIER	T	Physique du Globe.
L'HÉRITIER	T	Biologie générale (Orsay).
GRIVET	T	Radioélectricité (Orsay).
PONCIN	T	Mécanique générale.
DUBREIL	T	Arithmétique et théorie des nombres.
QUELET	T	Chimie organique.
CAGNIARD	T	Géophysique appliquée.
CHAMPETIER	T	Chimie macromoléculaire.
CUVILLIER	T	Micropaléontologie.
JUNG	T	Pétrographie.
TRILLAT	T	Microscopie et diffraction électronique.
WIEMANN	T	Chimie organique et structurale.
JACQUINOT	T	Spectroscopie et physique céleste (Orsay).
VASSY	T	Physique de l'atmosphère.
DESTOUCHES	T	Théories physiques.
AMIEL	T	Chimie générale.
HOCART	T	Minéralogie et Cristallogr.
MATHIEU J.-P. ...	T	Physique (Optique).
COUTEAUX	T	Biologie animale (P. C. B.).
MAY	T	Zoologie (Orsay).
CHOQUET	T	Théorie des fonctions et Topologie.
FELDMANN	T	Biologie végétale marine.
GUINIER	T	Physique des Solides (Orsay).
JOST	T	Physiologie comparée.
FORTET	T	Calcul des probabilités et Physique mathématique.
SCHARTZ	T	Calcul diff. et intégral.
CHOUARD	T	Physiologie végétale.
MALAVARD	T	Aviation (Techn. aéronaut.).
BRELOT	T	Calcul diff. et intégral.
NORMANT	T	Synthèse organique générale.
BÉNARD	T	Chimie minérale.
BUVAT	T	Botanique (E. N. S.).
DUGUÉ	T	Statistiques mathématiques.
SOULAIRAC	T	Psychophysiologie.
ULRICH	T	Physiologie végétale.
MARÉCHAL	T	Optique théorique et appl.
KIRRMANN	T	Théories chimiques.
CHADEFAUD	T	Botanique.
Mlle LE BRETON ..	T	Physiologie de la nutrition.
SALEM	T	Mathématiques générales.
LELONG	T	Application de l'analyse à la géométrie.
DEVILLERS	T	Anatomie et Histologie comparées.
EHRESMANN	T	Topologie algébrique.
FRANÇON	T	Physique (S. P. C. N.).
GLANGEAUD	T	Géographie physique et Géologie dynamique.
GODEMENT	T	Mathématiques (M. P. C.).
PISOT	T	Techniques mathém. de la Physique.
ROCH	T	Géologie.
SCHATZMAN	T	Astrophysique.
TERMIER	T	Paléontologie stratigraphique.
ZAMANSKY	T	Mathématiques générales.
LENNUIER	T	Physique (M. G. P.).
RIZET	T	Génétique (Orsay).
ROUTHIER	T	Géologie appliquée.
Mme TONNELAT ...	T	Physique théorique.
DIXMIER	T	Mathématiques (M. P. C.).
SOUCHAY	T	Chimie générale.
AIGRAIN	T	Electrotechnique générale.
BRUSSET	T	Chimie systématique.
M. LÉVY	T	Physique théorique des hautes énergies (Orsay).
Mme CHAIX	T	Chimie biologique.
Mme HUREL-PY ...	T	Biologie végétale (P. C. B.).
PIAUX	T	Chimie (M. P. C.).
BRUN	T	Mécanique théorique des Fluides.
LEDERER	T	Chimie biologique.
Mme DUBREIL	T	Mathém. (Agrégation).
Mme LELONG	T	Mathématiques (E.N.S.).
BELLAIR	T	Géologie (S. P. C. N.).
COTTE	T	Physique électricité.
DUBOIS J. E.	T	Chimie organique.
LAMOTTE	T	Zoologie (E. N. S.).
MICHEL A.	T	Chimie minérale (Orsay).
OLMER	T	Energétique générale.
ROUAULT	T	Electricité (Orsay).
GAUTHIER	T	Mécanique appliquée.
BARCHEWITZ	T	Chimie physique.
BROSSEL	T	Physique atomique.
BUSER		Physiologie comparée.
CAMUS		Physiol. vég. (B.M.P.V.).
CASTAING	T	Physique (Orsay).
CURIEN	T	Minéralogie et Cristallographie.
MOYSE	T	Physiologie vég. (Orsay).
NOIROT		Evolution des êtres org.
PANNETIER	T	Chimie générale.
POSSOMPES	T	Zoologie.
PULLMANN	T	Chimie théorique.
TEILLAC	T	Physique nucléaire et radioactivité
TONNELAT	T	Biologie physico-chimique.
VILLE	T	Econométrie.
WILLEMART		Chimie (P. C. B.).
DODÉ	T	Chimie (Orsay).
FREYMANN	T	Recherches physiques.
GUINOCHET	T	Biol. vég. (S.P.C.N.) (Orsay).
ROLLET	T	Chimie (P.C.B.)
Mlle JOSIEN	T	Chimie (S. P. C. N.).
CHEVALLEY	T	Géométrie algébrique et théorie des groupes.
ARNOULT	T	Electronique (Orsay).

CHAPELLE	T	Physique (Orsay).
DELANGE	T	Mathématiques (Orsay).
DENY	T	Mathématiques gén. (Orsay).
GERMAIN	T	Mécanique théorique des fluides.
LUCAS G.	T	Géologie.
ALLARD	T	Chimie physique.
BERTHELOT	T	Physique fondamentale des hautes énergies (Orsay).
BRICARD	T	Météorologie et Physique de l'Atmosphère.
Mme ALBE-FESSARD		Psychophysiologie.
FRIEDEL		Physique du Solide (Orsay).
M. JULIA		Etudes des molécules naturelles complexes.
LENDER	T	Biologie animale (S. P. C. N.) (Orsay).
MAGAT		Physico-chimie des Radio-éléments.
Mlle QUINTIN	T	Electrochimie.
MONOD	T	Chimie du métabolisme.
BENOIT	T	Physiologie animale (Orsay).
DE POSSEL	T	Analyse numérique.
CHARLOT	T	Chimie analytique.
HAISSINSKY	T	Radiochimie.
LEMÉE	T	Physiol. vég. (B. M. P. V.) (Orsay).
GUÉRIN	T	Chimie (M. P. C.) (Orsay).
CHATELET M.	T	Chimie (P. C. B.).
JEAN	T	Physique nucléaire (Orsay).
MATTLER	T	Physique (S. P. C. N.).
MICHEL L.		Physique théorique des hautes énergies (Orsay).
BERGERARD		Zoologie (Orsay).
BERTEIN		Electronique (Orsay).
BOUISSIÈRES		Chimie des Radioéléments (Orsay).
Mme COUTURE		Thermodynamique et Méc. physique.
ELLENBERGER		Géologie appli. sur le terr.
FRANC		Biologie animale (P.C.B.).
SCHNELL		Botanique tropicale (Orsay).
SIOIKOWSKI		Physiologie générale.
ACHER		Chimie biologique (Orsay).
BAUDOIN		Biologie animale (P.C.B.).
BEAUMONT		Biologie animale (S.P.C.N.).
BLAMONT		Géophysique Ionosphère.
BOURREAU		Botanique.
CURIE D.		Physique (M.G.P.).
DURAND-DELGA		Géologie.
FREON	T	Chimie organique (Orsay).
HELLER		Physiologie végétale.
TORTRAT		Calcul des Probabilités.
CAILLEUX		Géologie (S.P.C.N.).
MAGNAN	T	Physique (S.P.C.N.).
DAUDEL	T	Mécanique ondulatoire appliquée à la chimie théorique et à la physique nucléaire.
Mlle FOURCROY		Biologie végétale (S.P.C.N.).
Mme CHOQUET-BRUHAT.	T	Méc. analytique et Méc. céleste.
Mlle VEIL		Physiologie générale.
WOLFF	T	Microbiologie.
SIESTRUNCK	T	Mécan. phys. et expérim.
LACOMBE	T	Métallurg. des métaux nucl.
BROCHARD	T	Physique (M.P.C.) (Orsay).
CABANNES	T	Mécanique générale.
LESIEUR	T	Mathématiques (M. P. C.) (Orsay).
MAZET	T	Mécanique générale (Orsay).
CAIRE		Géographie phys. et Géol. dynamique.
COMOLET		Mécanique des Fluides.
CORABOEUF		Physiologie animale.
DELLOUE		Physique de l'exosphère.
GORENFLOT		Biologie végétale (Orsay).
HOUILLON		Biologie animale (P.C.B.).
JULLIEN J.		Chimie (M.P.C.) (Orsay).
MALGRANGE		T. M. P. (Orsay).
OLIVIER		Antropologie.
NOZERAN	T	Botanique II (Orsay).
BLANC-LAPIERRE		Physique ENS. (Orsay).
CHEVAUGEON	T	Botanique (Orsay).
KAHANE	T	Mathématiques (Orsay).
SAMUEL	T	Mathéma. (E.N.S.). fémi.
KOURGANOFF	T	Astronomie (Orsay).
THIRY	T	Mécanique céleste.

Secrétaire Général..... R. POULLAIN

Qu'il me soit permis d'adresser toute ma gratitude à Monsieur le Professeur P. Germain qui a bien voulu accorder à mon travail sa bienveillante attention.

Je remercie également Messieurs M. Magnien et J. Fabre pour les possibilités qu'ils m'ont offertes au sein des Etudes et Recherches de l'Electricité de France. Je tiens à exprimer particulièrement ma reconnaissance à Monsieur J. Pericart pour les multiples conseils qu'il m'a prodigués.

Que tous ceux qui m'ont aidé dans les calculs et dans le travail matériel trouvent également ici l'expression de mes remerciements.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41538118_0024

INTRODUCTION

L'écoulement d'un fluide conducteur de l'électricité fait actuellement l'objet de très nombreuses études dans divers domaines : fusion nucléaire, rentrée de missiles dans l'atmosphère, propulsion électrique ... Nous envisageons ici le cas particulier d'un gaz ionisé qui s'écoule dans une tuyère soumise à un champ magnétique transversal, et nous nous attachons essentiellement aux possibilités de conversion de l'énergie thermodynamique du gaz en électricité. Le principe du générateur magnétohydrodynamique (M. H. D.) est le même que celui du générateur électrique classique constitué par une machine tournante : un conducteur électrique, relié à un circuit extérieur, se déplace dans une direction perpendiculaire aux lignes de force d'un champ magnétique. Il est alors le siège d'une force électromotrice induite et un courant électrique traverse le circuit extérieur. Dans le cas des machines tournantes le conducteur électrique en mouvement est un métal, alors qu'il est un gaz dans un générateur M. H. D. La tuyère elle-même est en principe de section rectangulaire et comprend deux parois isolantes, et deux parois conductrices de l'électricité qui constituent les bornes du circuit extérieur (fig. 1). Le champ magnétique extérieur est créé par un électro-aimant disposé de part et d'autre des parois isolantes. L'induction magnétique étant constante dans le temps et l'écoulement permanent, le courant électrique produit par ce type de machine est continu.

Dans le but d'analyser mathématiquement ce phénomène, nous rappelons tout d'abord les équations générales de la M. H. D. (Chapitre 1) en précisant les hypothèses physiques qui conduisent aux simplifications usuelles. Nous nous plaçons dans le cadre de l'électromagnétisme non relativiste et de la mécanique des milieux continus [1] [2] et nous nous attachons uniquement au mouvement du fluide global. En réalité le plasma qui circule dans la tuyère à grande vitesse est un gaz très chaud (3 000 °K) soumis à une pression de quelques atmosphères, et constitué par un mélange de plusieurs gaz appartenant à trois catégories :

1° des atomes ou molécules neutres de différentes espèces chimiques,
2° des ions positifs,
3° des électrons.

Aussi des considérations d'ordre microscopique interviennent dans l'analyse de l'équation d'état du fluide, de la loi d'Ohm, de la loi de variation de la conductivité électrique.

Dans une première étape nous supposons que l'équation d'état du fluide est la loi des gaz parfaits, et dans une seconde étape nous tenons compte des dissociations et nous explicitons l'enthalpie et la masse volumique du gaz en

fonction de sa température et de sa pression (voir sur ce sujet [3] [4] [5] [6]). A cette occasion une formule générale donnant la vitesse du son dans un mélange gazeux réagissant est établie et appliquée à un exemple précis (Chapitre 1-6). L'utilisation de la loi des gaz parfaits puis de l'équation d'état tenant compte des dissociations sont deux approches du phénomène réel : dans le premier cas le gaz est dit en équilibre figé et dans le second cas en équilibre réagissant.

La loi d'Ohm, relation entre la densité de courant en un point et le champ électrique prend pour un gaz ionisé une forme différente [7] [8] [9] de sa forme habituelle pour les conducteurs métalliques. En effet, le champ magnétique tend à faire tourner les électrons autour de ses lignes de force, et leur impose, en présence d'un champ électrique, un mouvement de dérive, si bien que la conductivité n'est plus représentée par un scalaire mais par un tenseur. Même dans ces conditions l'expression mathématique de l'effet Joule reste simple et fait intervenir une seule composante du tenseur de conductivité (chapitre 1-5). D'ailleurs le caractère tensoriel de la conductivité est important pratiquement car il permet d'imaginer différentes configurations de générateurs M. H. D. [10] [11] [12] [13]. La tuyère à électrodes segmentées combat la déviation des lignes de courant par rapport aux lignes de champ, tandis que la tuyère à électrodes terminales l'utilise (chapitre 3-2).

Le gaz est rendu conducteur de l'électricité par ensemencement d'un métal alcalin facilement ionisable. La loi de la conductivité (chapitre 1-7) est déduite de l'équation de Saha comme le préconisent de nombreux auteurs [12] [14] [15] [16] [17] ce qui conduit à une relation qui, pour un taux d'ensemencement fixé, donne la valeur de la conductivité électrique en fonction de la température et de la pression. La conductivité est ainsi variable dans toute notre étude du générateur M. H. D.

Après avoir précisé les hypothèses physiques fondamentales, nous analysons les équations de la M. H. D. pour une tuyère génératrice d'électricité afin d'obtenir des indications sur la façon dont les différents paramètres vont varier. Divers auteurs ont abordé cette question de différents point de vue : Resler et Sears [18] étudient la possibilité de l'accélération d'un gaz, J. Naze [19] envisage le cas d'une tuyère M. H. D. réceptrice d'énergie électrique, J. D. Cole et J. H. Huth [20] analysent le cas d'un générateur M. H. D. de section constante, Dahlberg [21] tient compte à la fois du frottement sur les parois de la tuyère et des variations de section. Nous appliquons une relation d'Hugoniot généralisée et nous indiquons par un graphique, de quelle façon l'angle d'ouverture de la tuyère influe sur les variations des différents paramètres qui caractérisent l'évolution du fluide (chapitre 2).

La résolution proprement dite du système d'équations (chapitre 3-1) a été réalisée sur machines à calculer électroniques pour les cas particuliers de la tuyère à section constante, de la tuyère à vitesse constante et de la tuyère pyramidale. Divers auteurs ont déjà donné des solutions de ce système d'équations dans certains cas particuliers : Neuringer [23] traite le cas de la tuyère de section constante, le fluide pouvant être incompressible ou compressible, le champ magnétique étant uniforme et la conductivité constante ; il recherche aussi un optimum [22] de la forme de la tuyère, de la loi de variation du champ magnétique et de la charge extérieure pour une longueur et une section d'entrée de la tuyère données. S. Way [24] résoud les

systèmes d'équations relatifs aux tuyères à vitesse constante, à section constante ou à pression constante en supposant en outre, dans ces trois cas, que l'induction magnétique, le champ électrique et la conductivité sont uniformes. Sutton [25] tient compte de la variation de la conductivité et suppose le champ magnétique uniforme pour des tuyères à température constante, à vitesse constante, à pression constante et à section constante. T. H. O'Dell [30] indique un programme de calcul en trois pas pour la tuyère à section constante et la tuyère à pression constante. Nous nous sommes placés dans des conditions plus générales que ces auteurs en tenant compte à la fois des variations de la conductivité, du champ électrique, du champ magnétique. Les différentes sortes de tuyères M. H. D. sont comparées entre elles. Les conditions qui limitent la conversion en énergie électrique sont essentiellement l'augmentation excessive de la section, ou l'annulation de la densité de courant, ou le blocage thermique. Chacune de ces conditions apparaît dans des cas bien déterminés : la tuyère à vitesse constante voit en général sa section augmenter indéfiniment, l'écoulement dans la tuyère à section constante subsonique est bloqué lorsque la vitesse du gaz est localement égale à la vitesse du son (blocage thermique), la tuyère pyramidale est limitée en longueur soit par l'annulation de la densité de courant soit par le blocage thermique.

Tous ces calculs mécanographiques relatifs à la tuyère à section constante, à la tuyère à vitesse constante, à la tuyère pyramidale, ont été effectués pour un seul fluide : le gaz carbonique supposé non réagissant. Nous étudions ensuite l'influence de la nature du gaz et aussi des pertes de chaleur par les parois sur les caractéristiques d'une tuyère (paragraphe 3-2). Enfin, nous appliquons une méthode de linéarisation [31] à la résolution du système d'équations de la tuyère M. H. D. Les résultats sont très voisins de ceux, plus rigoureux, obtenus à l'aide des machines électroniques.

Après avoir étudié le comportement d'un générateur M. H. D. seul, nous envisageons les possibilités de centrale M. H. D. (paragraphe 3-4) comprenant, outre la tuyère, un échangeur de chaleur et une centrale classique avec turbine à vapeur ou turbine à gaz.

I. — ÉQUATIONS GÉNÉRALES DE LA MAGNÉTOHYDRODYNAMIQUE (M. H. D.)

La M. H. D. est l'étude des phénomènes qui apparaissent lorsqu'un fluide conducteur de l'électricité se déplace dans un champ magnétique. Les équations qui vont nous intéresser seront donc issues de la mécanique et de l'électricité.

Le fluide que nous considérons est un mélange de molécules, d'ions positifs et d'électrons et son mouvement peut être étudié soit en écrivant les équations pour chacun des fluides, le mouvement de l'ensemble étant obtenu comme résultante des mouvements de chacun des constituants (1re méthode) soit en écrivant directement les équations pour un fluide global dont les caractéristiques sont les résultantes des caractéristiques des constituants (2e méthode).

Avec la 1re méthode, la loi d'Ohm, relation entre le courant électrique et le champ électromagnétique, sera implicitement incluse dans le système d'équations. En effet on aura écrit les équations du mouvement des ions et des électrons et le courant électrique sera donc entièrement déterminé.

Avec la 2e méthode, par contre, il sera nécessaire d'expliciter la loi d'Ohm, la connaissance du mouvement du fluide global étant bien entendu insuffisante pour déterminer le mouvement des particules chargées. Nous utiliserons cette 2e méthode.

Toutes les grandeurs seront évaluées en unités M. K. S. A.

1.1. — ÉQUATION DE CONTINUITÉ.

Soient en un point de fluide ρ la masse volumique et $\mathbf{V}$ la vitesse. L'équation de continuité est :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \mathbf{V} = 0 \tag{1}$$

où ρ et $\mathbf{V}$ sont des valeurs moyennes définies par (voir à ce sujet [2] par exemple) :

$$\rho = \Sigma \rho_i \tag{2}$$

$$\mathbf{V} = \frac{\Sigma \rho_i \mathbf{V}_i}{\rho} \tag{3}$$

ρ_i et $\mathbf{V}_i$ étant respectivement la masse volumique, et la vitesse par rapport à un système d'axes fixes, du constituant numéro i.

Si le mouvement est permanent la relation (1) devient :

$$\text{div } \rho \mathbf{V} = 0 \tag{4}$$

Si l'écoulement est quasi-unidimensionnel et permanent l'équation de continuité s'écrit :

$$\rho S V = m = \text{constante} \tag{5}$$

S étant la surface de la section perpendiculaire au vecteur vitesse **V** dirigé suivant l'axe O X (voir figure 1).

1.2. — ÉQUATION DE L'IMPULSION.

Sa forme la plus générale est :

$$\rho \gamma = - \nabla[\mathbf{p}] + \mathbf{F}_e \tag{6}$$

où γ est le vecteur accélération au point considéré :

$$\gamma = \frac{D\mathbf{V}}{Dt} = \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla)\,\mathbf{V} \tag{7}$$

∇ est l'opérateur symbolique $\left[\frac{\partial}{\partial X}\frac{\partial}{\partial Y}\frac{\partial}{\partial Z}\right]$

$[\mathbf{p}]$ est le tenseur des pressions

$\mathbf{F}_e$ est la force par unité de volume due aux efforts extérieurs.

Nous négligeons les forces volumiques dues à la pesanteur : $\rho\,\mathbf{g}$ et les forces dues au champ électrostatique $q\mathbf{E}$(q densité volumique de charges et **E** champ électrique). Nous ne tenons compte que des forces de Laplace : $\mathbf{J} \wedge \mathbf{B}$(**J** densité de courant et **B** induction magnétique).

$$\mathbf{F}_e = \mathbf{J} \wedge \mathbf{B}\,. \tag{8}$$

Ainsi dans le cas du mouvement permanent quasi-unidimensionnel l'équation (6) s'écrit, en projection sur l'axe des X :

$$\rho V \frac{dV}{dX} + \frac{dp}{dX} + \tau = J B \tag{9}$$

p est la pression scalaire.

Dans cette expression on a négligé les forces de viscosité sauf sur les parois :

$$\tau = \tau_p \frac{Pé}{S} \qquad (10)$$

τ_p est la force de frottement par unité de surface, Pé le périmètre de la section de la tuyère.

J B est la projection sur l'axe des X de $\mathbf{J} \wedge \mathbf{B}$ quand $\mathbf{J} = (O, J, O)$ et $\mathbf{B} = (O, O, B)$ (cas de la tuyère M. H. D. : fig. 1).

1.3 — ÉQUATION DE L'ÉNERGIE.

Elle traduit le premier principe de la thermodynamique. Considérons une certaine masse de fluide occupant à un instant donné le volume Ω limité par la surface Σ. On a :

$$\frac{D W_c}{Dt} + \frac{DU}{Dt} = \frac{DWext}{Dt} + \frac{DQ}{Dt}$$

où $\frac{D}{Dt}$ est la dérivée prise en suivant le mouvement W_c est l'énergie cinétique et U l'énergie interne de la masse considérée. Wext est le travail des forces extérieures reçu par le système, Q la quantité de chaleur également reçue.

Evaluons les différents termes de l'égalité. On a :

$$W_c = \int_\Omega \rho \frac{V^2}{2} d\Omega$$

et
$$\frac{D}{Dt} \int_\Omega \rho \frac{V^2}{2} d\Omega = \int_\Omega \rho \frac{D}{Dt} \left(\frac{V^2}{2}\right) d\Omega .$$

(on le montre en tenant compte de l'équation de continuité).

donc
$$\frac{D}{Dt} W_c = \int_\Omega \rho \frac{D}{Dt} \left(\frac{V^2}{2}\right) d\Omega$$

D'autre part
$$U = \int_\Omega \rho \, \mathcal{E} \, d\Omega$$

et
$$\frac{D}{Dt} U = \int_\Omega \rho \frac{D}{Dt} \mathcal{E} \, d\Omega$$

$\mathcal{E}$ étant l'énergie interne de l'unité de masse : $\mathcal{E} = \frac{\Sigma \mathcal{E}_i \rho_i}{\rho}$.

Le travail des forces extérieures comprend le travail des forces de pression W_p et le travail des forces électromagnétiques W_{em}.

On néglige le travail des forces de viscosité. On a alors

$$\frac{D}{Dt} (W_p) = - \int_\Sigma p \, \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} \, d\Sigma = - \int_\Omega \mathrm{div}(p\mathbf{V}) \, d\Omega$$

$\mathbf{n}$ est la normale à Σ dirigée vers l'extérieur.

La puissance des forces électromagnétiques par unité de volume est **E.J**. On désigne par θ la puissance calorifique reçue par unité de volume provenant de la conduction et du rayonnement. Il est à noter que la chaleur reçue par effet Joule n'intervient pas dans θ car le terme **E.J** en tient compte. L'équation de l'énergie s'écrit alors pour le volume Ω :

$$\int_\Omega \rho \frac{D}{Dt}\left(\frac{V^2}{2}\right) d\Omega + \int_\Omega \rho \frac{D}{Dt} \mathcal{E}\, d\Omega = -\int_\Omega \operatorname{div}(p\mathbf{V})\, d\Omega + \int_\Omega \mathbf{E}\cdot\mathbf{J}\, d\Omega + \int_\Omega \theta\, d\Omega$$

Ou, en un point :

$$\rho \frac{D}{Dt}\left(\frac{V^2}{2} + \mathcal{E}\right) = -\operatorname{div}(p\mathbf{V}) + \mathbf{E}\cdot\mathbf{J} + \theta\,. \tag{11}$$

Soit, en remarquant que :

$$\operatorname{div}(p\mathbf{V}) = -\frac{\partial p}{\partial t} + \rho \frac{D}{Dt}\left(\frac{p}{\rho}\right) \quad \text{(en utilisant l'équation de continuité)}$$

l'équation de l'énergie s'écrit :

$$\rho \frac{DH}{Dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{E}\cdot\mathbf{J} + \theta \tag{12}$$

H désignant l'enthalpie totale par unité de masse :

$$H = \mathcal{E} + \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} = h + \frac{V^2}{2} \tag{13}$$

h est l'enthalpie par unité de masse.

Pour un mouvement permanent unidimensionnel l'équation (12) devient :

$$\rho V \frac{dH}{dX} = \mathbf{E}\cdot\mathbf{J} + \theta\,. \tag{14}$$

1.4. — ÉQUATIONS DE MAXWELL.

Elles permettent de déterminer l'évolution du champ électromagnétique. Elles s'écrivent (dans le système M. K. S. A.) :

$$\left\{\begin{array}{ll} \mathbf{rot}\ \mathbf{E} = -\dfrac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} & (15) \\ \operatorname{div}\mathbf{D} = q & (16) \\ \mathbf{rot}\ \mathbf{H} = \mathbf{J} + \dfrac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} & (17) \\ \operatorname{div}\mathbf{B} = 0 & (18) \end{array}\right.$$

où **E** est le champ électrique, **D** l'induction électrique
H le champ magnétique, **B** l'induction magnétique
q la densité de charge, **J** la densité de courant

De plus on a $$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \tag{19}$$

et $$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \tag{20}$$

avec ε constante diélectrique et μ perméabilité magnétique.

Par la suite nous considérerons toujours que le plasma est électriquement neutre, c'est-à-dire que $q = 0$. Dans le cas du mouvement permanent les équations de Maxwell deviennent :

$$\left\{\begin{array}{ll} \mathbf{rot}\ \mathbf{E} = 0 & (21) \\ \mathrm{div}\ \mathbf{D} = \mathrm{div}\ \mathbf{E} = 0 & (22) \\ \mathbf{rot}\ \mathbf{B} = \mu\, \mathbf{J} & (23) \\ \mathrm{div}\ \mathbf{B} = 0\,. & (24) \end{array}\right.$$

La relation (23) indique que l'induction magnétique à l'intérieur d'une tuyère M. H. D. ne sera pas déterminée uniquement par l'électroaimant extérieur mais aussi par le courant électrique qui circulera dans la tuyère : c'est une « réaction d'induit » analogue à celle des machines électriques tournantes classiques.

1.5. — LOI D'OHM.

1.5.1. Nature tensorielle de la conductivité.

La densité de courant en un point, **J**, résulte du mouvement relatif des ions et des électrons. Si n est le nombre d'ions positifs ou d'électrons par unité de volume, e la charge de chacune de ces particules et **v** la vitesse du gaz d'électrons par rapport au gaz d'ions, on a :

$$\mathbf{J} = -\,n\,e\,\mathbf{v}\,. \tag{25}$$

Plaçons-nous dans un système de référence immobile par rapport au gaz d'ions. Dans ce système, la vitesse moyenne du gaz d'électrons est **v** et il est soumis aux forces dues aux collisions avec les ions et les molécules neutres, et à l'action du champ magnétique. Si E′ désigne le champ électrique dans ce système de référence, la force électromagnétique agissant sur l'unité de volume du gaz d'électrons est :

$$n\,e(\mathbf{E}' + \mathbf{v} \wedge \mathbf{B})\,. \tag{26}$$

Après chaque collision avec un ion ou une molécule neutre la vitesse d'un électron est nulle. Cette proposition se démontre en admettant que les ions ou molécules neutres sont sphériques, et en négligeant la masse des électrons par rapport à celle des ions ou molécules neutres. On admet aussi que la

vitesse relative du gaz de molécules et du gaz d'ions est nulle. Dans ces conditions chaque électron perd à chaque collision la quantité de mouvement $m_e \mathbf{v}$(m_e étant la masse d'un électron) et la force due aux collisions, qui agit en moyenne sur l'unité de volume du gaz d'électrons est :

$$n\, m_e\, \mathbf{v}\, \nu \tag{27}$$

ν étant la fréquence moyenne de collision entre un électron et une autre particule.

En supposant le régime permanent, et en négligeant le gradient de pression du gaz d'électrons, la somme des forces qui agissent sur ce gaz doit être nulle :

$$n\, m_e\, \mathbf{v}\, \nu + n\, e(\mathbf{E}' + \mathbf{v} \wedge \mathbf{B}) = 0\,. \tag{28}$$

Remplaçons dans (28) $\mathbf{v}$ par sa valeur tirée de (25) :

$$\mathbf{J} = \sigma_0 \left(\mathbf{E} - \frac{\mathbf{J}}{n\, e} \wedge \mathbf{B}\right) \tag{29}$$

avec

$$\sigma_0 = \frac{n\, e^2}{m_e\, \nu}\,. \tag{30}$$

Projetons cette relation sur un système d'axes fixes par rapport à $\mathbf{B}$. Désignons par J_x, J_y, J_z, les composantes de $\mathbf{J}$ et par E'_x, E'_y, E'_z, les composantes de $\mathbf{B}'$, dans ce système d'axes, où les composantes de $\mathbf{B}$ sont 0, 0, B. Le système (29) de trois équations à trois inconnues J_x, J_y, J_z se résoud sous la forme :

$$\begin{aligned} J_x &= \sigma_0 \cdot \frac{\nu^2}{\nu^2 + \omega^2} \left(E'_x - \frac{\omega}{\nu} E'_y\right) \\ J_y &= \sigma_0 \cdot \frac{\nu^2}{\nu^2 + \omega^2} \left(E'_y + \frac{\omega}{\nu} E'_x\right) \\ J_z &= \sigma_0 \cdot E'_z \end{aligned} \tag{31}$$

avec $\omega = \dfrac{e\, B}{m}$ pulsation cyclotron des électrons

ce qui peut encore s'écrire :

$$\mathbf{J} = [\sigma]\, \mathbf{E}' \tag{32}$$

avec

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_1 & -\sigma_2 & 0 \\ \sigma_2 & \sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_0 \end{bmatrix}$$ tenseur de conductivité

et

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_0\, \nu^2}{\nu^2 + \omega^2} \qquad \sigma_2 = \frac{\sigma_0\, \nu\omega}{\nu^2 + \omega^2}\,. \tag{33}$$

La conductivité peut être considérée comme scalaire si $\omega \ll \nu$. Ceci revient à supposer que les électrons ne peuvent pas en moyenne décrire des trajec-

toires tournantes à cause des collisions trop fréquentes. Cette condition est réalisée lorsque la pression est très grande. Mais pour un plasma soumis à la pression atmosphérique et à une température voisine de 3 000 °K, ω est du même ordre de grandeur que ν, et l'hypothèse très souvent admise de la conductivité scalaire est une approximation discutable.

Dans la relation (32), $\mathbf{E}'$ est le champ électrique dans un référentiel immobile par rapport aux ions positifs et aux molécules neutres. Donc, si $\mathbf{E}$ est le champ électrique dans un référentiel immobile par rapport au champ magnétique :

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E} + \mathbf{V} \wedge \mathbf{B} \tag{34}$$

$\mathbf{V}$ est la vitesse d'ensemble du fluide par rapport au champ magnétique, définie par la relation (3). (Comme le gaz est faiblement ionisé et que la masse des électrons est très petite par rapport à celle des autres particules, la quantité de mouvement des électrons est complètement négligeable dans (3)).

1.5.2. — Effet Joule.

Pour un conducteur électrique non soumis à un champ magnétique, la puissance dissipée par effet Joule, par unité de volume du conducteur est :

$$P_j = \frac{J^2}{\sigma}$$

J étant la densité de courant et σ la conductivité au point considéré.

Cette formule s'écrit aussi :

$$P_j = \sigma \mathbf{E}^2 \tag{35}$$

d'après la loi d'Ohm sous sa forme usuelle : $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$.

Pour un gaz ionisé soumis à un champ magnétique, nous avons démontré que la loi d'Ohm devient :

$$\mathbf{J} = [\sigma] (\mathbf{E} + \mathbf{V} \wedge \mathbf{B}) . \tag{36}$$

L'effet Joule peut être considéré comme une partie du travail du champ électromagnétique sur le gaz. Globalement, la puissance des forces électromagnétiques est $\mathbf{E} \cdot \mathbf{J}$ par unité de volume. Cette puissance est en partie dissipée sous forme de chaleur par effet Joule : P_j, et en partie utilisée sous forme de travail mécanique par le gaz : $(\mathbf{J} \wedge \mathbf{B}) . \mathbf{V}$:

$$P_j = \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} - (\mathbf{J} \wedge \mathbf{B}) \mathbf{V} . \tag{37}$$

C'est la formule générale qui donne la puissance dissipée par effet Joule dans l'unité de volume du gaz. Elle se met sous une forme plus simple dans le cas particulier où les différents vecteurs ont les projections suivantes (cas du générateur M. H. D.) :

Vecteur	Ox	Oy	Oz
$\mathbf{E}$	E_x	E_y	0
$\mathbf{V}$	V	0	0
$\mathbf{B}$	0	0	B
$\mathbf{V} \wedge \mathbf{B}$	0	— VB	0
$\mathbf{E'} = \mathbf{E} + \mathbf{V} \wedge \mathbf{B}$	E_x	E_y — VB	0
$\mathbf{J}$	$\sigma_1 E_x - \sigma_2(E_y - V B)$	$\sigma_2 E_x + \sigma_1(E_y - V B)$	0
$\mathbf{J} \wedge \mathbf{B}$	$B[\sigma_2 E_x + \sigma_1(E_y - V B)]$	$-B[\sigma_1 E_x - \sigma_2(E_y - V B)]$	0

La formule (37) avec les valeurs du tableau donne :

$$P_j = \sigma_1 \mathbf{E'}^2 \ . \tag{38}$$

Seule la composante σ_1 du tenseur de conductivité intervient.
La relation (38) généralise de façon simple la relation (35).

1.6. — ÉQUATION D'ÉTAT.

1.6.1. — Loi des gaz parfaits.

Pour un mélange gazeux non réagissant, la loi des gaz parfaits est applicable à chaque gaz et au mélange :

$$\frac{p}{\rho} = r\,T \tag{39}$$

r dépend du gaz considéré et de la température T.

$$r = \frac{\gamma - 1}{\gamma} C_p$$

γ est le rapport de la chaleur spécifique à pression constante C_p, à la chaleur spécifique à volume constant C_v. γ est pratiquement constant, C_p varie sensiblement avec T (sauf pour les gaz monoatomiques). L'enthalpie spécifique est définie par : $dh = C_p\,dT$. (40)

1.6.2. — Mélange gazeux en dissociation.

L'orqu'un mélange gazeux est porté à une température supérieure à 2 000 °K, sa composition varie si la température ou la pression varie. Donc la loi des gaz parfaits n'est plus valable. Pour connaître la relation qui existe entre pression, température, et masse volumique, il faut rechercher les valeurs des concentrations des différents gaz en fonction de la température et de la pression, et nous supposerons pour cela que l'équilibre chimique est toujours réalisé.

Considérons un mélange de gaz parfaits en équilibre chimique comprenant n_i moles du constituant n° i. i vaut 1, 2, ··· m, m étant le nombre de constituants.

La valeur de n_i est choisie de façon que la pression partielle du constituant i soit numériquement égale à n_i :

$$n_i = p_i \,. \tag{41}$$

Il en résulte immédiatement que la pression totale est numériquement égale à la somme des moles des divers constituants :

$$\Sigma\, n_i = p \,. \tag{42}$$

L'enthalpie spécifique du mélange gazeux est alors :

$$h = \frac{\Sigma\, h_i\, n_i}{\Sigma\, M_i\, n_i} \tag{43}$$

h_i étant l'enthalpie molaire du constituant i de masse molaire M_i.

La masse volumique du mélange gazeux est :

$$\rho = \frac{\Sigma\, M_i\, n_i}{R\, T} \tag{44}$$

R étant la constante molaire des gaz parfaits.

Supposons que la pression du mélange gazeux varie de dp et sa température de dT, les concentrations varieront de quantités dn_i. Pour trouver les dn_i on dispose des équations de conservation des atomes des différentes espèces chimiques et des lois d'action de masse des différentes réactions chimiques.

Les réactions de dissociation sont de la forme (pour l'eau par exemple) :

$$H_2O \rightleftarrows 2\,H + O$$

c'est-à-dire que nous considérons la dissociation de chaque espèce de molécule en ces atomes constitutifs.

Et les lois d'action de masse s'écrivent (pour l'eau par exemple) :

$$\frac{n_H^2 \cdot n_O}{n_{H_2O}} = K_{p_{H_2O}} \tag{45}$$

n_H, n_O et n_{H_2O} sont les nombres d'atomes d'hydrogène et d'oxygène et de molécules d'eau contenus dans le mélange gazeux considéré et tels que (41) soit satisfaite — $K_{p_{H_2O}}$ est la constante d'équilibre relative à la dissociation de H_2O.

Prenons la différentielle logarithmique de (45) :

$$-2\frac{dn_H}{n_H} - \frac{dn_O}{n_O} + \frac{dn_{H_2O}}{n_{H_2O}} = \frac{\Delta H_{H_2O}}{R\, T^2}\, dT \tag{46}$$

ΔH_{H_2O} étant l'effet thermique de la réaction effectuée à pression constante à la température T, quelle que soit la pression.

Il y a autant d'équations du type (46) que de sortes de molécules dans le gaz, soit m'.

Les équations de conservation des atomes des différentes espèces chimiques s'expriment sous la forme :

$$\frac{dN_H}{N_H} = \frac{dN_O}{N_O} = \dots \tag{47}$$

N_H, N_O, ··· étant les nombres totaux d'atomes d'hydrogène, d'oxygène ··· contenus dans le volume de mélange gazeux initialement considéré. Par exemple, si les seuls corps en présence sont H_2O, H et O, on a :

$$N_H = 2\, n_{H_2O} + n_H$$

et

$$N_O = n_{H_2O} + n_O$$

et la relation (47) s'écrit :

$$\frac{2\, dn_{H_2O} + dn_H}{2\, n_{H_2O} + n_H} = \frac{dn_{H_2O} + dn_O}{n_{H_2O} + n_O}\,.$$

Pour établir (47) il suffit de remarquer que les nombres d'atomes des différentes espèces chimiques doivent rester dans le même rapport avant et après la variation dT, dp :

$$\frac{N_H}{N_O} = \frac{N_H + dN_H}{N_O + dN_O} \qquad \text{d'où} \qquad (47)$$

La relation (47) équivaut en fait à m — m' — 1 équations puisqu'il y a m — m' sortes d'atomes. L'équation qui manque pour déterminer complètement le problème est (42) sous forme différentielle :

$$\Sigma\, dn_i = dp\,. \tag{48}$$

La résolution du système linéaire des m équations (46), (47) et (48) à m inconnues dn_i conduit à la solution :

$$dn_i = a_i\, dT + b_i\, dp\,. \tag{49}$$

Les relations (43) et (44) donnant h et ρ sont de la forme générale :

$$h = h(p, T) \tag{50}$$

$$\rho = \rho(p, T) \tag{51}$$

ou, sous forme différentielle :

$$dh = \left(\frac{\partial T}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T dp \tag{52}$$

$$d\rho = \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_T dp \tag{53}$$

ou, en posant :

$$\left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p = \varphi_1 \qquad \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T = \varphi_2$$
$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p = \psi_1 \qquad \left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_T = \psi_2 \tag{54}$$

on a
$$dh = \varphi_1\, dT + \varphi_2\, dp \tag{52'}$$
$$d\rho = \psi_1\, dT + \psi_2\, dp\ . \tag{53'}$$

En différenciant (43) et (44) on trouve immédiatement :

$$\varphi_1 = \frac{\Sigma\, h_i\, a_i + \Sigma\, n_i\, C_{pi}}{\Sigma\, M_i\, n_i} - \frac{\Sigma\, h_i\, n_i\, \Sigma\, M_i\, a_i}{(\Sigma\, M_i\, n_i)^2}$$
$$\varphi_2 = \frac{\Sigma\, h_i\, b_i}{\Sigma\, M_i\, n_i} - \frac{\Sigma\, h_i\, n_i\, \Sigma\, M_i\, b_i}{(\Sigma\, M_i\, n_i)^2} \tag{55}$$
$$\psi_1 = \frac{\Sigma\, M_i\, a_i}{R\, T} - \frac{\Sigma\, M_i\, n_i}{R\, T^2}$$
$$\psi_2 = \frac{\Sigma\, M_i\, b_i}{R\, T}$$

M_i, h_i et C_{pi} sont les masses molaires, enthalpies molaires et chaleurs spécifiques à pression constante molaires des différents constituants.

Ainsi, les valeurs de dh et dρ sont déterminées par les relations (52') et (53') en utilisant les formules (55) et après résolution du système d'équations (46), (47), (48).

Cette formulation sera utilisée par la suite pour tenir compte des dissociations dans un générateur M. H. D., mais au préalable nous allons en donner une application directe à la détermination de la vitesse du son dans un gaz réagissant.

1.6.3. — Vitesse du son dans un mélange gazeux réagissant.

En général le calcul de la vitesse du son se fait à partir de la formule suivante :

$$a^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s$$

a étant la vitesse du son et l'indice s signifiant que la dérivée partielle est prise à entropie constante. Mais il est possible d'utiliser une autre méthode en recherchant directement la vitesse de propagation d'une onde élémentaire au sein d'un fluide dont l'entropie reste constante (voir [26] par exemple p. 399). C'est ce principe qui est appliqué ci-après.

Soit un écoulement permanent et continu d'un fluide non visqueux dans une conduite cylindrique. Il n'y a pas d'échange de chaleur entre le milieu fluide et l'extérieur, et l'écoulement est unidimensionnel. Les équations qui régissent cet écoulement sont :

— l'équation de conservation de la masse :

$$\rho V = C^{te} \tag{56}$$

— l'équation de l'impulsion :

$$p + \rho V^2 = C^{te} \tag{57}$$

— l'équation de l'énergie :

$$h + \frac{V^2}{2} = C^{te} \tag{58}$$

et les relations (50) et (51) donnant h et ρ.

Ecrivons le système (56) (57) (58) (50) (51) sous forme différentielle :

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dV}{V} = 0 \\ &dp + \rho V\, dV = 0 \\ &dh + V\, dV = 0 \\ &dh = \varphi_1\, dT + \varphi_2\, dp \\ &d\rho = \psi_1\, dT + \psi_2\, dp \end{aligned}\right\} \tag{59}$$

Pour que ce système de 5 équations à 5 inconnues dh, dT, dp, dρ, dV, admette une solution non nulle, il faut que son déterminant caractéristique soit nul :

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\rho} & \frac{1}{V} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \rho V \\ 1 & 0 & 0 & 0 & V \\ -1 & \varphi_1 & \varphi_2 & 0 & 0 \\ 0 & \psi_1 & \psi_2 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

ou, après développement :

$$V^2 = \frac{\varphi_1}{\varphi_1 \psi_2 - \varphi_2 \psi_1 + \frac{\psi_1}{\rho}}\,. \tag{60}$$

Ceci prouve qu'il ne peut exister une variation infiniment petite dans un tel écoulement que si sa vitesse est V donnée par (60). Inversement, si le gaz est au repos, la vitesse de propagation d'une onde élémentaire est donnée par (60). D'une façon générale, V est la vitesse relative entre le fluide et une perturbation infiniment petite, c'est donc la vitesse du son a :

$$a^2 = \frac{\varphi_1}{\varphi_1 \psi_2 - \varphi_2 \psi_1 + \frac{\psi_1}{\rho}} . \qquad (60')$$

La formule (60′) permet le calcul de la vitesse du son connaissant la pression, la température, et la composition du mélange gazeux, le système (46), (47), (48) étant résolu.

Remarque :

Pour un gaz parfait obéissant aux lois (39) et (40) :

$$\varphi_1 = C_p \qquad \varphi_2 = 0$$

$$\psi_1 = -\frac{\rho}{T} \qquad \psi_2 = \frac{\rho}{p} .$$

En portant ces valeurs dans (60′) on trouve la formule bien connue de la vitesse du son dans un gaz parfait :

$$a^2 = (\gamma - 1)\, C_p\, T .$$

Exemple numérique d'application de la formule donnant la vitesse du son.

Nous allons calculer la vitesse du son pour un mélange gazeux provenant de la combustion de méthane dans l'air préchauffé. Les données sont : la température du gaz : 2 837 °K, la pression : 981 000 P (= 10 kgf/cm²) et la composition.

$n_1 =$ 3 149	$n_6 =$ 31 323
$n_2 =$ 2 417,2	$n_7 =$ 12 086
$n_3 =$ 11 840	$n_8 =$ 9 299,8
$n_4 =$ 662 170	$n_9 =$ 63 951
$n_5 =$ 13 488	$n_{10} =$ 171 090

où 1 correspond à H, 2 à O, 3 à H_2, 4 à N_2, 5 à O_2, 6 à CO, 7 à OH, 8 à NO, 9 à CO_2, 10 à H_2O.

Les valeurs numériques de n_i ont été déterminées sur machine électronique grâce à un programme de calcul établi par B. Salé [6].

Cherchons d'abord

$$dn_i = a_i\, dT + b_i\, dp \qquad (49)$$

en résolvant le système d'équations suivant :

$$\frac{1}{N_O}(dn_2 + dn_5 + dn_6 + dn_7 + dn_8 + 2\,dn_9 + dn_{10}) =$$

$$\frac{1}{N_N}(2\,dn_4 + dn_8) = \frac{1}{N_4}(dn_1 + 2\,dn_3 + dn_7 + 2\,dn_{10}) =$$

$$\frac{1}{N_C}(dn_6 + dn_9)\,.$$

$$-\frac{2\,dn_1}{n_1} + \frac{dn_3}{n_3} = \frac{\Delta H_3}{R\,T^2}\,dT$$

$$-\frac{2\,dn_2}{n_2} + \frac{dn_5}{n_5} = \frac{\Delta H_5}{R\,T^2}\,dT \qquad (61)$$

$$-\frac{dn_4}{n_4} - \frac{dn_5}{n_5} + \frac{2\,dn_8}{n_8} = \frac{\Delta H_8}{R\,T^2}\,dT$$

$$-\frac{dn_2}{n_2} - \frac{dn_6}{n_6} + \frac{dn_9}{n_9} = \frac{\Delta H_9}{R\,T^2}\,dT$$

$$-\frac{2\,dn_1}{n_1} - \frac{dn_2}{n_2} + \frac{dn_{10}}{n_{10}} = \frac{\Delta H_{10}}{R\,T^2}\,dT$$

$$dn_1 + dn_2 + dn_3 + dn_4 + dn_5 + dn_6 + dn_7 + dn_8 +$$

$$dn_9 + dn_{10} = dp\,.$$

Dans ce système N_O N_N N_H et N_C sont des constantes :

$$N_O = n_2 + 2\,n_5 + n_6 + n_7 + n_8 + 2\,n_9 + n_{10}$$

$$N_N = 2\,n_4 + n_8$$

$$N_H = n_1 + 2\,n_3 + n_7 + 2\,n_{10}$$

$$N_C = n_6 + n_9\,.$$

Les trois premières équations expriment la conservation des atomes d'oxygène, d'azote, d'hydrogène et de carbone. Les 5 équations suivantes sont les lois d'action de masse des réactions suivantes :

$$2\,H \rightleftarrows H_2$$

$$2\,O \rightleftarrows O_2$$

$$N_2 + O_2 \rightleftarrows 2\,NO \qquad (62)$$

$$CO + O \rightleftarrows CO_2$$

$$2\,H + O \rightleftarrows H_2O$$

La dernière équation enfin provient de (48).

Après résolution du système (61) calculons φ_1, φ_2, ψ_1, ψ_2, définis par (55). Les valeurs de h_i, C_{pi} et M_i ont été tirées de tables publiées par Huff et Gordon [5]. Portons ensuite φ_1, φ_2, ψ_1, ψ_2 dans (60').

Tous calculs faits :

$$a = 1\,023 \text{ m/s} .$$

Un calcul rapide à l'aide du diagramme de Mollier pour les gaz provenant de la combustion stoechiométrique du méthane dans l'air [28], en utilisant la formule $a^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s$ conduit à la valeur $a = 1\,010 \pm 15$ m/s en bon accord avec la valeur donnée plus haut.

1.7. — LOI DE LA CONDUCTIVITÉ.

Soit une substance A susceptible de s'ioniser suivant la réaction d'équilibre :

$$A \rightleftarrows A^+ + e^- .$$

A^+ est l'ion positif qui résulte de la perte d'un électron e^- par la substance A.

Cet équilibre peut être traité de la même façon que les équilibres chimiques ordinaires et la loi d'action de masse devient alors l'équation de Saha :

$$\frac{N_{A^+} \cdot N_{e^-}}{N_A} = 2 \frac{g_{A^+}}{g_A} \cdot \frac{(2 \pi m_e k T)^{\frac{3}{2}}}{h^3} \exp\left(-\frac{e V_A}{k T}\right) . \qquad (63)$$

N_{A^+}, N_A et N_{e^-} sont les nombres d'ions A^+, de molécules A et d'électrons e^- par unité de volume,

g_{A^+} et g_A sont les nombres d'états électroniques possibles des niveaux les plus bas de A^+ et A (poids statistiques)

m_e = masse de l'électron, e = charge de l'électron

k = constante de Boltzmann

h = constante de Planck

V_A est le potentiel d'ionisation de A.

L'équation de Saha est relative à l'ionisation simple d'une substance, elle est valable dans le cadre de la statistique de Maxwell-Boltzmann. Le plasma est électriquement neutre $N_{A^+} = N_{e^-} = n$. Si p_A désigne la pression du gaz A (p_A peut être la pression partielle si le gaz A est mélangé à d'autres gaz) on a

$$N_A = \frac{p_A}{k T}$$

et la relation (63) s'écrit :

$$n^2 = \frac{p_A}{k T} 2 \frac{g_{A^+}}{g_A} \frac{(2 \pi m_e k T)^{\frac{3}{2}}}{h^3} \exp\left(-\frac{e V_A}{k T}\right) . \qquad (64)$$

Connaissant le nombre d'électrons par unité de volume d'après (64) on en déduit immédiatement la conductivité scalaire du gaz d'après (30) : $\sigma_0 = \frac{n\,e^2}{m_e\,\nu}$. La fréquence moyenne de collision des électrons et des molécules vaut :

$$\nu = p\,D_M^2\,\sqrt{\frac{\pi}{2\,m_e\,k\,T}} \qquad (65)$$

D_M étant le diamètre moyen des molécules.

En fait, la substance A doit être une vapeur de métal alcalin à bas potentiel d'ionisation (de l'ordre de 4 volts) pour que la conductivité aux environs de 3 000 °K soit appréciable. Le gaz utilisé dans un générateur M. H. D. contient essentiellement des molécules à haut potentiel d'ionisation (de 12 à 16 V pour O_2, H_2, N_2, CO, CO_2, O, H) et il est rendu conducteur de l'électricité par addition d'une faible quantité de métal alcalin. p désignant la pression totale du gaz et p_A la pression partielle de A, le rapport $\frac{p_A}{p} = \varepsilon$ peut être considéré comme constant, l'ionisation restant toujours très faible.

La conductivité du mélange gazeux est alors :

$$\sigma_0 = \alpha\,T^{\frac{3}{4}}\,p^{-\frac{1}{2}}\,e^{-\frac{\beta}{T}} \qquad (66)$$

avec
$$\alpha = \frac{2^{\frac{7}{4}}\,\varepsilon^{\frac{1}{2}}\,e^2\,k^{\frac{3}{4}}}{D_M^2\,h^{\frac{3}{2}}}\,(\pi\,m_e)^{\frac{1}{4}}\left(\frac{g_{A^+}}{g_A}\right)^{\frac{1}{2}}$$

et
$$\beta = \frac{e\,V_A}{2\,k}$$

Pour les métaux alcalins $\frac{g_{A^+}}{g_A} = \frac{1}{2}$.

En plus des réactions de dissociation du type $A \rightleftarrows A^+ + e^-$, il peut également se produire des recombinaisons du type $B^- \rightleftarrows B + e^-$. Dans les gaz de combustion, l'hydroxyle OH capte les électrons : $OH^- \rightleftarrows OH + e^-$ et ceci diminue la conductivité du gaz car OH^- a une beaucoup plus grande inertie que e^- et une fréquence de collision beaucoup plus élevée. En toute rigueur il faudrait en tenir compte dans le calcul de la conductivité, mais malheureusement le potentiel d'ionisation de OH est très mal connu. L. S. Frost [15] a trouvé des réductions de la conductivité variant de 10 % à 50 % lorsque le potentiel d'ionisation de OH passe de 2,1 e V [27] à 2,65 e V [29]. Dibelius, Luebke et Mullaney [14] utilisent la valeur 2,8 e V. Nous nous en tiendrons à la formule (66) dans l'étude du générateur M. H. D.

2. — DESCRIPTION DE L'ÉCOULEMENT DANS UNE TUYÈRE M.H.D.

Nous allons appliquer le système général des équations de la M. H. D. au cas particulier de la tuyère génératrice d'électricité. Avant de résoudre numériquement le système qui sera obtenu, il convient cependant de définir des grandeurs qui caractérisent un générateur, et ensuite d'essayer de prévoir l'évolution du fluide dans une tuyère M. H. D.

2.1. — SYSTÈME D'ÉQUATIONS DE L'ÉCOULEMENT QUASI-UNIDIMENSIONNEL.

Nous considérons un écoulement permanent d'un gaz faiblement ionisé dans une tuyère de section rectangulaire soumise à un champ magnétique transversal créé par un électro-aimant à courant continu (voir fig. 1). Nous négligeons divers phénomènes aux limites : charges d'espace au voisinage des parois, couche limite fluide, courants de Foucault à l'entrée et à la sortie de la tuyère où la variation spatiale du champ magnétique est très grande. Nous supposons que les deux parois conductrices de l'électricité sont constituées par des conducteurs parfaits et qu'elles définissent deux surfaces équipotentielles ; les deux parois isolantes sont des isolants parfaits. D'après le chapitre précédent les équations sont les suivantes :

— *équation de continuité* :

$$\rho S V = m \tag{5}$$

— *équation de l'impulsion* :

$$\rho V \frac{dV}{dX} + \frac{dp}{dX} + \tau = J B \tag{9}$$

— *équation de l'énergie* :

$$\rho V \frac{dH}{dX} = E \cdot J + \theta \tag{14}$$

— *équations de Maxwell* :

L'équation (21) **rot E** = 0 donne, en faisant circuler le vecteur **E** le long de tout le circuit électrique :

$$E\,Y = U = C^{te}\,. \tag{21'}$$

Y est la hauteur de la tuyère (fonction de X)
U est la d. d. p. aux bornes des électrodes.

L'équation (22) div **E** = 0 est la traduction de la neutralité du plasma et est évidente si **E** est constant pour X donné et parallèle à O Y. De même l'équation (24) div **B** = 0 est évidente puisqu'on prend **B** constant pour X donné et parallèle à O Z.

L'équation de Maxwell-Ampère (23) **rot B** = μ **J** peut être appliquée de deux façons :

1° Avec un électro-aimant à fer, l'induction magnétique **B** est perpendiculaire aux parois isolantes, et en faisant circuler le vecteur **B** le long du circuit A B C D (voir fig. 2) on trouve :

$$\frac{d(BZ)}{dX} = -\mu\,J\,Z \tag{67}$$

Z est la largeur de la tuyère (fonction de X)

2° Avec un électro-aimant à air (utilisant un supra-conducteur par exemple) il est certainement préférable d'écrire

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}'$$

B est l'induction magnétique résultant de l'induction due à l'électro-aimant $\mathbf{B}_0$, et de l'induction due aux courants induits dans le gaz **B**′. Supposons **B** dirigé suivant O Z ; comme **rot** $\mathbf{B}_0 = 0$ (ce qui est vrai d'ailleurs pour un électro-aimant à air ou à fer) nous trouvons, en faisant circuler **B**′ le long de A B C D (fig. 3) : $\frac{dB'}{dX} = -\mu\,J$ soit :

$$\frac{dB}{dX} = \frac{dB_0}{dX} - \mu\,J\,. \tag{68}$$

Remarque : pour une tuyère à entrefer constant les relations (67) et (68) conduisent au même résultat :

$$\frac{dB}{dX} = -\mu\,J \tag{69}$$

$$\left(\text{ici } \frac{dB_0}{dX} = 0\right)$$

— *loi d'Ohm*

En toute rigueur la conductivité est tensorielle et les composantes de **J** sont (d'après (32)) :

$$\left.\begin{aligned} J_x &= \sigma_1 E_x - \sigma_2(E_y - V B) \\ J_y &= \sigma_2 E_x + \sigma_1(E_y - V B) \\ J_z &= \sigma_0 E_z \ . \end{aligned}\right\} \qquad (70)$$

Même si $E_x = E_z = 0$ comme nous le supposons dans le cas de l'écoulement quasi-unidimensionnel, **J** a deux composantes J_x et J_y et l'hypothèse quasi-unidimensionnelle n'est plus valable. Nous supposerons que σ est scalaire et nous écrirons la loi d'Ohm sous la forme.

$$J = \sigma(E - V B) \qquad (71)$$

avec $$J = J_y \text{ et } \sigma = \sigma_0 = \frac{n e^2}{m_e \nu}$$

— *loi de la conductivité* :

$$\sigma = \alpha T^{\frac{3}{4}} p^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{\beta}{T}} \qquad (66)$$

— *équation d'état* :

Nous supposons le gaz parfait et les chaleurs spécifiques constantes.

$$\frac{p}{\rho} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} C_p T \qquad (39)$$

$$dh = C_p \, dT \ . \qquad (40)$$

2.2. — PRINCIPAUX PARAMÈTRES CARACTÉRISANT UNE DÉTENTE :

2.2.1. — Facteur de conversion :

Si T_{01} désigne la température d'arrêt du gaz à l'entrée de la tuyère, la puissance calorifique entrant dans la tuyère est $m C_p T_{01}$ (m est le débit-masse). Soit P_u la puissance utile fournie par le générateur. Le facteur de conversion est par définition

$$F_c = \frac{P_u}{m C_p T_{01}} = \frac{P_u}{m H_1} \qquad (72)$$

H_1 désigne l'enthalpie totale du gaz à l'entrée de la tuyère. La puissance utile est, en termes électriques :

$$P_u = U \cdot I$$

U étant la d. d. p. aux bornes de la tuyère et I l'intensité du courant qui traverse le circuit extérieur

$$I = -\int_0^{x^*} J Z \, dX$$

x* désignant la longueur de la tuyère

$$P_u = -\int_0^{x^*} U\,J\,Z\,dX = -\int_0^{x^*} E\,J\,Y\,Z\,dX \qquad (73)$$

Y Z dX est le volume d'une tranche élémentaire de tuyère et — E J est la puissance utile par unité de volume.

D'après l'équation de l'énergie (14), la puissance utile peut se mettre aussi sous la forme :

$$P_u = \int_0^{x^*} \left(-\rho V \frac{dH}{dX} + \theta\right) Y\,Z\,dX = -m\,\Delta H + P_c\,.$$

La puissance utile de la tuyère est égale au débit d'enthalpie totale diminué de la puissance calorifique perdue : P_c($\Delta H < 0$ et $P_c < 0$).

Pour une tuyère adiabatique on a :

$$P_u = -m\,\Delta H \text{ et } F_c = -\frac{\Delta H}{H_1} = \frac{H_1 - H_2}{H_1} \qquad (74)$$

H_2 est l'enthalpie totale du gaz à la sortie de la tuyère. En termes de températures d'arrêt, l'expression (74) s'écrit

$$F_c = 1 - \frac{T_{02}}{T_{01}} \qquad (75)$$

T_{02} étant la température d'arrêt à la sortie de la tuyère.

Remarque : l'expression (75) est le rendement de Carnot d'une machine fonctionnant entre les températures T_{01} et T_{02}, mais n'est pas ici un véritable rendement, car nous n'avons pas considéré un cycle de fluide mais simplement un écoulement dans une tuyère.

Il est bien entendu intéressant que le facteur de conversion d'une tuyère M. H. D. soit le plus grand possible. Il faut pour cela que $\frac{T_{02}}{T_{01}}$ soit le plus petit possible. Or, d'une part pour que la conductivité du gaz soit appréciable il faut $T_{02} > 2\,000$ °K et d'autre part pour des raisons de tenue des matériaux il semble impossible de dépasser $T_{01} = 3\,100$ °K.

Le facteur de conversion restera donc toujours inférieur à 0,35. Ceci explique que dans une éventuelle réalisation industrielle, une tuyère M. H. D. fonctionnerait obligatoirement en tête d'une centrale classique.

2.2.2. — Puissance volumique :

La puissance utile fournie par l'unité de volume de la tuyère est $\delta_{local} = -E \cdot J$, et globalement, pour une tuyère de volume $\mathcal{V}$ la puissance volumique est :

$$\delta = \frac{P_u}{\mathcal{V}}\,. \qquad (76)$$

En un point $\delta_{local} = -E \cdot J \cdot = -E\,\sigma(E - V\,B)$ (d'après 71)

ou $$\delta_{local} = \sigma V^2 B^2 \quad e(1 - e) \tag{77}$$

en posant $e = \dfrac{E}{V B}$ facteur de charge local < 1 . (78)

Le produit e(1 — e) est maximal pour $e = \dfrac{1}{2}$ ce qui correspond à $P_{jLocal} = \delta_{Local}$, P_{jLocal} étant la puissance développée par effet Joule par unité de volume.

La puissance volumique locale est maximale en même temps que B et il semble donc souhaitable d'utiliser une induction magnétique la plus grande possible.

Le produit σV^2 dépend, pour un ensemencement donné et pour des conditions d'arrêt du fluide données : T_0 et p_0, du nombre de Mach M. En effet, T_0 et p_0 étant fixés, toute valeur de M détermine T, p et V, et la valeur de σ d'après la loi (66). Le maximum de σV^2 pour T_0 de l'ordre de 3 000 °K et p_0 de l'ordre de quelques atmosphères a lieu pour M voisin de 0,9.

L'optimisation de δ est peut être encore plus importante que celle de F_c car le maintien d'une induction magnétique élevée dans un entrefer coûte de l'énergie électrique tandis que l'énergie calorifique du gaz qui n'a pas été transformée en électricité est récupérable à la sortie du générateur M. H. D.

2.2.3. — Rendement par apport à l'isentropique.

Un écoulement M. H. D. adiabatique ne peut être isentropique à cause de l'effet Joule. Considérons deux écoulements M. H. D. adiabatiques s'effectuant entre les mêmes pressions d'arrêt p_{01} et p_{02}, le premier étant réel et le deuxième isentropique. L'écoulement réel fonctionne entre les températures d'arrêt T_{01} et T_{02} et l'écoulement isentropique entre les températures T_{01} et T'_{02} :

$$\frac{T'_{02}}{T_{01}} = \left(\frac{p_{02}}{p_{01}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} . \tag{79}$$

Par définition, le rendement par rapport à l'isentropique est le rapport de la puissance utile réelle à la puissance utile que délivrerait la transformation isentropique :

$$\eta_s = \frac{m\, C_p(T_{01} - T_{02})}{m\, C_p(T_{01} - T'_{02})} = \frac{1 - \dfrac{T_{02}}{T_{01}}}{1 - \left(\dfrac{p_{02}}{p_{01}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} . \tag{80}$$

Si l'écoulement réel n'est pas adiabatique, le rendement par rapport à l'isentropique est le rapport de la puissance utile réelle à la puissance utile que délivrerait une transformation adiabatique isentropique fonctionnant entre les mêmes pressions d'arrêt :

$$\eta_s = \frac{F_c}{1 - \left(\frac{p_{02}}{p_{01}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \tag{81}$$

Localement, la relation (80) s'écrit :

$$\frac{dT_0}{dp_0} = \eta_{s\ local} \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{T_0}{p_0}. \tag{82}$$

Cette relation est analogue à une relation entre dT et dp qui existe pour la tuyère à vitesse constante adiabatique et sans frottement.

D'après (9) et (14) :

$$\begin{cases} \dfrac{dp}{dX} = J\ B \\ \rho\ V \dfrac{d}{dX} C_p\ T = E\ J = e\ J\ V\ B \end{cases}$$

avec $$e = \frac{E}{V\ B}$$

d'où $$\frac{dT}{dp} = e \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{T}{p} \tag{83}$$

Les relations (82) et (83) montrent l'analogie qui existe entre le rendement isentropique local et le facteur de charge local.

De plus $$e = \frac{E}{V\ B} = \frac{E\ J}{V\ B\ J} = \frac{\delta}{\delta + P_{j\ local}}$$

e n'est rien d'autre qu'un rendement électrique local. Si pour toute la tuyère, la puissance totale développée par effet Joule est :

$$P_j = \int_0^{x^*} \frac{J^2}{\sigma} Y\ Z\ dX\ ,$$

le rendement électrique d'une tuyère M. H. D. est :

$$e_{el.} = \frac{P_u}{P_u + P_j} \tag{84}$$

et e_{el} différera peu de η_s.

Alors que pour les machines électriques usuelles le rendement électrique est un véritable rendement qui indique l'importance des pertes par effet Joule, pour une tuyère M. H. D. le rendement électrique rend compte simplement du degré d'irréversibilité de la transformation, puisque l'effet Joule est récupéré sous forme de chaleur par le gaz.

Pour des générateurs M. H. D. de même puissance utile, plus η_s est faible et plus la chute de pression totale dans la tuyère est grande. Donc dans le

cycle total du fluide les pertes dues à la compression seront d'autant plus importantes que η_s sera plus petit. Le rendement par rapport à l'isentropique intervient dans le rendement d'une centrale M. H. D.

2.3. — SENS D'ÉVOLUTION DES ÉCOULEMENTS :

2.3.1, — Généralisation du théorème d'Hugoniot.

Considérons l'écoulement défini au paragraphe 2.1

$$\begin{cases} \rho S V = m & (5) \\ \rho V \dfrac{dV}{dX} + \dfrac{dp}{dX} + \tau = J B & (9) \\ \rho V \dfrac{d}{dX}\left(C_p T + \dfrac{V^2}{2}\right) = E J + \theta & (14) \\ \dfrac{p}{\rho} = \dfrac{\gamma - 1}{\gamma} C_p T . & (39) \end{cases}$$

De ce système d'équations on peut tirer la relation suivante :

$$\frac{dV}{V}(M^2 - 1) = \frac{dS}{S} + \frac{dX}{\rho a^2}\left[\gamma(J B - \tau) - \left(\frac{\gamma - 1}{V}\right)(E J + \theta)\right] \quad (84)$$

où $\qquad a^2 = (\gamma - 1) C_p T \qquad$ et $M = \dfrac{V}{a}$.

Dans l'étude des tuyères sans champ magnétique et avec $\tau = \theta = 0$ la relation :

$$\frac{dV}{V}(M^2 - 1) = \frac{dS}{S}$$

constituée par les deux premiers termes de (84) permet d'expliquer l'évolution du fluide suivant le signe de $\dfrac{dS}{S}$ (théorèmes d'Hugoniot).

En présence d'un champ magnétique, la valeur $M = 1$ peut être atteinte sans que $\dfrac{dV}{dX}$ tende vers l'infini si :

$$\frac{dS}{S\,dX} = -\frac{1}{\rho a^2}\left[\gamma(J B - \tau) - \left(\frac{\gamma - 1}{V}\right)(E J + \theta)\right]$$

(voir à ce sujet J. Naze [19], E. L. Resler et W. R. Sears [18] J. D. Cole et J. H. Huth [20]).

Dans l'expression (84) J est négatif et τ positif donc $J B - \tau < 0$. L'échange de chaleur est toujours tel que $\theta < 0$ (pertes de chaleur dues au refroidissement des parois) donc $E J + \theta < 0$. Par conséquent :

$$\frac{dV}{V}(M^2-1)-\frac{dS}{S}>0 \quad \text{si} \quad E\,J+\theta>\frac{\gamma\,V}{\gamma-1}(J\,B-\tau)$$

et inversement $\frac{dV}{V}(M^2-1)-\frac{dS}{S}<0$ si $E\,J+\theta<\frac{\gamma\,V}{\gamma-1}(J\,B-\tau)$.

Considérons le cas particulier où $\theta=\tau=0$. L'expression (84) s'écrit, compte tenu de $e=\frac{E}{V\,B}$:

$$\frac{dV}{V}(M^2-1)=\frac{dS}{S}+\frac{J\,B}{\rho\,a^2}dX\left[1-(\gamma-1)(e-1)\right]. \qquad (85)$$

De la formule (85) il est aisé de déduire des résultats très importants : il faut d'abord remarquer que pour un *générateur* M. H. D. e est toujours inférieur à 1 donc :

$$\frac{J\,B}{\rho\,a^2}\left[1-(\gamma-1)(e-1)\right]<0\,.$$

Il en résulte que pour une tuyère à section constante :

$$\frac{dV}{V}(M^2-1)<0$$

c'est-à-dire que si l'écoulement est subsonique la vitesse croît et si l'écoulement est supersonique la vitesse décroît.

De plus, d'après l'équation (14) où $\theta=0$,

$$\rho\,V\frac{d}{dX}\left(C_p\,T+\frac{V^2}{2}\right)=E\,J$$

dans un générateur M. H. D. si :

$$\frac{dV}{dX}>0 \quad \frac{dT}{dX}<0 \quad \text{et} \quad \frac{dV}{dX}<0 \quad \text{si} \quad \frac{dT}{dX}>0$$

donc si $\qquad \frac{dV}{dX}>0 \qquad \frac{dM}{dX}>0$

et si $\qquad \frac{dT}{dX}>0 \qquad \frac{dM}{dX}<0\,.$

Il en résulte en particulier que dans un générateur M. H. D. à section constante si $M<1$ le nombre de Mach augmente.

L'ouverture d'une tuyère à vitesse constante :

$$\alpha_V=\left(\frac{dS}{S\,dX}\right)_V$$

s'obtient immédiatement d'après (85) et $dV=0$

$$\alpha_V = \left(\frac{dS}{S\,dX}\right)_V = -\frac{J\,B}{\rho\,a^2}\left[1 - (\gamma - 1)\,(e - 1)\right].$$

Une tuyère à vitesse constante est donc toujours divergente.

D'autres relations analogues à (85) peuvent être tirées du système (5) (9), (14), (39) :

$$-\,dT(M^2 - 1)\,\rho\,C_p = \rho\,V^2\frac{dS}{S}$$

$$+\,J\,B\,M^2\,dX\left[\left(\frac{1 - M^2}{M^2}\right)e + 1 - (\gamma - 1)\,(e - 1)\right] \qquad (86)$$

$$-\,dp(M^2 - 1) = \rho\,V^2\frac{dS}{S} + J\,B\,M^2\,dX\left[\frac{1}{M^2} - (\gamma - 1)\,(e - 1)\right]. \qquad (87)$$

Si α_T désigne l'ouverture d'une tuyère à température constante et α_p l'ouverture d'une tuyère à pression constante, la comparaison de (85) où $dV = 0$, (86) où $dT = 0$, (87) où $dp = 0$ permet de conclure que :

— en régime subsonique :

$$0 < \alpha_V < \alpha_T < \alpha_p$$

— en régime supersonique :

$$\alpha_V > \alpha_T > \alpha_p > 0\,.$$

De même il est facile de montrer que l'ouverture d'une tuyère à nombre de Mach constant $\alpha_M = \left(\frac{dS}{S\,dX}\right)_M$ est toujours comprise entre α_V et α_T.

Tous ces résultats sont résumés par deux graphiques (fig. 4 et 5), où les ouvertures α sont représentées par des demi-droites faisant « l'angle » α avec l'horizontale, et aux extrémités desquelles des flèches indiquent dans quel sens il faut modifier l'ouverture pour que le paramètre considéré ait une dérivée positive.

Ainsi, dans le domaine subsonique par exemple, l'ouverture doit être de plus en plus grande suivant que le paramètre maintenu constant est la section, la vitesse, le nombre de Mach, la température, ou la pression. La disposition est inversée dans le domaine supersonique, les tuyères restant cependant divergentes.

La flèche située à l'extrémité de la droite O V, dans le domaine subsonique, indique que pour toutes les tuyères définies par $\alpha < \alpha_V$, la vitesse a une dérivée positive dans la section considérée ; et de même la flèche située à l'extrémité de O T indique que si $\alpha > \alpha_T$ $\dfrac{dT}{dX} > 0$, etc... Toutes ces inégalités proviennent des relations (5), (9), (14), (39) avec $J < 0$ (générateur).

2.3.2. — Condition de fin de détente.

La conversion de l'énergie thermodynamique du gaz en énergie électrique est limitée par la valeur minimale de la conductivité au-dessous de laquelle il faudrait dépenser, pour créer le champ magnétique dans l'entrefer, une puissance plus grande que la puissance utile qui serait fournie par la tuyère. Ceci impose des conditions sur le groupe des trois variables T p et V. Indépendamment de cet impératif économique, trois autres conditions limitent la longueur d'une tuyère.

$M = 1$: blocage thermique

$J = 0$: au-delà d'une certaine longueur, la tuyère ne débite plus de courant

$S \to \infty$: la section de la tuyère augmente indéfiniment pour une certaine valeur de la longueur. Cette dernière condition ne se rencontre que dans les cas où l'un des paramètres : vitesse, nombre de Mach ou température, est maintenu constant.

D'après les figures 4 et 5 la condition $M = 1$ n'est possible que si $\alpha < \alpha_M$ en subsonique et en supersonique. En particulier, pour les tuyères à vitesse constante en subsonique $M \to 1$, mais ne l'atteint pas forcément à cause de l'augmentation infinie de la section ; pour les tuyères à section constante, en subsonique ou en supersonique $M \to 1$.

La condition $S \to \infty$ a lieu quand $\rho V \to 0$ d'après la relation (5) $\rho S V = m$. Si la vitesse est finie $S \to \infty$ pour $\rho \to 0$. Or, d'après l'équation d'état des gaz parfaits, T restant fini, si $\rho \to 0$, $p \to 0$.

Sur les figures 4 et 5 on voit que la pression diminue, en subsonique si $\alpha < \alpha_p$, et en supersonique si $\alpha > \alpha_p$, donc la condition $S \to \infty$ peut être rencontrée pour toute tuyère à vitesse constante, à nombre de Mach constant ou à température constante.

La condition $J = 0$ est atteinte, d'après la loi d'Ohm $J = \sigma(E - V B)$, lorsque $E/V B = 1$. La tuyère fonctionne en générateur si $\dfrac{E}{V B} < 1$. Cette inégalité étant satisfaite à l'entrée de la tuyère, supposons l'entrefer constant et B constant, le rapport $\dfrac{E}{V}$ augmente, dans le domaine subsonique pour les tuyères à vitesse constante, à Mach constant, à température constante, à pression constante, et dans le domaine supersonique pour ces mêmes types de tuyères et pour la tuyère à section constante, si bien que dans tous les cas $\dfrac{E}{V B} \to 1$ et la condition $J = 0$ peut être rencontrée.

Pour une tuyère d'ouverture constante α fixée à priori, il résulte de la discussion précédente que les conditions $M = 1$ et $J = 0$ sont toutes deux possibles. C'est ce qui ressort aussi de l'étude de E. Dahlberg [21].

3. — RÉSOLUTION DES ÉQUATIONS POUR DIFFÉRENTS TYPES DE TUYÈRES M.H.D.

3.1. — CALCULS MÉCANOGRAPHIQUES.

3.1.1. — Conditions de l'étude.

Nous avons vu au paragraphe 2 . 2 que les différentes grandeurs qu'il convient de rendre maximales pour un générateur M. H. D. sont essentiellement le facteur de conversion F_c, la puissance volumique δ, et le rendement isentropique η_s. Dans ce but il faut déterminer : la forme de la tuyère, les conditions de réservoir du gaz à l'entrée de la tuyère : T_0 et p_0, le nombre de Mach à l'entrée de la tuyère : M_1, les lois de variation du champ électrique et du champ magnétique. La solution de ce problème ne peut être qu'un compromis entre diverses possibilités, et nous allons nous borner à explorer les domaines dans lesquels il semble préférable de se placer.

Nous étudions par la suite trois types de tuyères : la tuyère à section constante, la tuyère à vitesse constante, la tuyère pyramidale. Dans ces trois cas nous calculons de nombreuses détentes en fixant toujours les mêmes conditions de réservoir :

$$T_0 = 3\,100^{\circ}K \qquad p_0 = 981\,000 \text{ Pascal } (10 \text{ kg/cm}^2)$$

$$\sigma_0 = 94{,}8\ \Omega^{-1}\ m^{-1}$$

(ensemencement à 1 % de K et calcul de σ_0 d'après la formule (66))

L'indice o signifie ici : dans les conditions de réservoir. Caractéristiques du fluide (CO_2 en équilibre figé) :

$$\gamma = 1{,}3 \qquad C_p = 1\,400 \text{ J/kg } ^{\circ}K\ .$$

Pour toutes les tuyères, l'induction magnétique moyenne $\overline{B}$ vaut 1,5 Tesla

$$\overline{B} = \frac{\int_0^{X^*} B\ Y\ dX}{\int_0^{X^*} Y\ dX} = 1{,}5 \qquad (88)$$

Y est la hauteur de la tuyère et X^* sa longueur (voir fig. 1).

Les formes géométriques des tuyères sont déterminées par leur section d'entrée : carré de 1m × 1 m, par leur profil qui dépend du type de générateur : à section constante, à vitesse constante, ou pyramidal, et par leur longueur maximale obtenue pour l'une des conditions de fin de détente : $M = 1$, $J = 0$, $S \to \infty$ (voir § 2 · 3 · 2).

Toute détente dans une tuyère de l'un des trois types étudiés, est définie par les deux conditions d'entrée : nombre de Mach M_1 qui détermine T_1, p_1, ρ_1 et V_1 puisque les conditions T_0 et p_0 sont fixées, et facteur de charge à l'entrée : $e_1 = \dfrac{E_1}{V_1 B_1}$ (l'indice 1 signifie : à l'entrée de la tuyère c'est-à-dire pour $X = 0$). L'induction magnétique d'entrée B_1 doit être telle que l'induction magnétique moyenne soit égale à 1,5 Tesla (relation (88)). Comme on ne connaît avant calcul ni la longueur de la tuyère ni la variation de B en fonction de X, la valeur de B_1 est déterminée par approximations successives : la détente est calculée une première fois avec une valeur approximative de B_1, ce qui conduit à une première valeur de $\overline{B}$ voisine de 1,5, puis B_1 est corrigé et le calcul de la détente repris jusqu'à ce que B soit égal à 1,5.

L'écoulement est supposé adiabatique, sans frottement et quasi-unidimensionnel. D'après le paragraphe 2.1 il convient d'utiliser le système suivant :

$$\left.\begin{aligned}
&\rho\, Y\, Z\, V = m \\
&\rho\, V \frac{dV}{dX} + \frac{dp}{dX} = J\, B \\
&\rho\, V \frac{d}{dX}\left(C_p T + \frac{V^2}{2}\right) = E\, J \\
&\frac{p}{\rho} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} C_p T \\
&\frac{d(B\, Z)}{dX} = -\mu\, J\, Z \\
&E\, Y = U \\
&J = \sigma(E - V\, B) \\
&\sigma = \alpha\, T^{\frac{3}{4}}\, p^{-\frac{1}{2}}\, e^{-\frac{\beta}{T}}.
\end{aligned}\right\} \qquad (89)$$

Il y a huit équations et dix fonctions de X inconnues : ρ p T V σ J B E Y Z. Pour déterminer le problème il faut imposer deux nouvelles relations :

— dans le cas de la tuyère à section constante :

$$Y = C^{te} \qquad Z = C^{te}$$

— dans le cas de la tuyère à vitesse constante :

$$\frac{dV}{dX} = 0 \qquad Z = C^{te}$$

— dans le cas de la tuyère pyramidale

$$Y = Y_1 + A_1 X \qquad Z = Z_1 + C_1 X .$$

Y_1 et Z_1 étant la hauteur et la largeur à l'entrée de la tuyère, A_1 et C_1 deux paramètres de forme, constants pour une détente donnée.

3.1.2. — Tuyère à section constante.

3.1.2.1. — Système d'équations : c'est le système (89) avec $Y = C^{te}$, $Z = C^{te}$

$$\left.\begin{aligned}
&\rho V = \frac{m}{S} \\
&\frac{m}{S}\frac{dV}{dX} + \frac{dp}{dX} + \frac{1}{2\mu}\frac{d(B^2)}{dX} = 0 \\
&\frac{m}{S}\frac{d}{dX}\left(C_p T + \frac{V^2}{2}\right) + \frac{E}{\mu}\frac{dB}{dX} = 0 \\
&\frac{p}{\rho} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} C_p T \\
&\frac{dB}{dX} = -\mu J \\
&J = \sigma(E - V B) \\
&\sigma = \alpha T^{\frac{3}{4}} p^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{\beta}{T}}
\end{aligned}\right\} \qquad (90)$$

avec $S = Y Z$ section de la tuyère, et $E = \frac{U}{Y} = C^{te}$. Les 2e et 3e équations de (90) s'intègrent immédiatement, et il reste une seule équation différentielle du premier ordre non linéaire (la 5e équation).

Le système a été résolu sur machine à calculer numérique (A. E. T. Bull à tambour magnétique) en utilisant une méthode linéaire de pas à pas sur X.

3.1.2.2. — Evolution du fluide dans la tuyère.

D'après le paragraphe 2.2.1. et les figures 4 et 5, il est possible de prévoir les sens des variations des différentes grandeurs caractérisant l'écoulement dans une tuyère de section constante :

1° *en régime subsonique* : la vitesse et le nombre de Mach augmentent le long de l'abscisse X de la tuyère, la température et la pression diminuent. Le rapport $\frac{E}{V B}$ diminue puisque le champ électrique E est constant et que V et B augmentent (B croît d'après l'équation de Maxwell-Ampère). Donc

la densité de courant J reste toujours finie et la seule condition qui limite l'écoulement est M = 1.

2° *en régime supersonique* : la vitesse et le nombre de Mach diminuent, la température et la pression augmentent. Suivant les conditions initiales, la détente peut être limitée soit par J = 0 soit par M = 1. Si J atteint la valeur 0, toutes les grandeurs restent ensuite stationnaires.

Que le régime soit subsonique ou supersonique, lorsque M = 1 toutes les dérivées deviennent infinies (d'après les relations (85), (86), (87)) sauf $\frac{dB}{dX}$.

Les calculs effectués sur machine numérique sont en accord avec ces prévisions : la figure 6 montre l'évolution des grandeurs mécaniques dans une tuyère de section constante subsonique ; les figures 7 et 7 *bis* illustrent les deux possibilités du régime supersonique : ou bien la détente est bloquée pour M = 1 (fig. 7), ou bien la densité de courant s'annule (fig. 7 *bis*).

3.1.2.3. — Résultats : valeurs des paramètres F_c, δ, η_s.

Le système d'équations de la tuyère à section constante a été résolu dans les conditions générales définies au paragraphe 3.1.1. Les résultats sont résumés par un graphique dans un plan δ (puissance volumique), η_s (rendement isentropique) (fig. 8). Le rendement isentropique varie entre 0 (générateur en court-circuit) et 1 (générateur en fonctionnement à vide), et la puissance volumique entre 0 et environ 20 M W/m³ (valeur maximale correspondant à la conductivité et au champ magnétique imposés dans toute l'étude). Il y a trois sortes de courbes dans le plan δ, η_s le long desquelles le paramètre constant est : soit le nombre de Mach à l'entrée de la tuyère, soit le facteur de conversion, soit la longueur de la tuyère. Chaque point du plan représente une tuyère M. H. D. à section constante pour laquelle les différentes grandeurs M_1, F_c, X (en mètre), δ (en M W/m³), η_s sont déterminées. Seul le régime subsonique a été considéré et par conséquent toutes les tuyères sont limitées en longueur par le blocage thermique.

Les courbes ne peuvent franchir une limite située dans la partie inférieure du plan δ, η_s, car pour une tuyère de longueur donnée le rendement isentropique ne peut dépasser une certaine valeur à cause de l'effet Joule. (Cette valeur pourrait être dépassée si l'on ne considérait pas des tuyères limitées en longueur par le blocage thermique.)

Le plan δ, η_s montre que la puissance volumique est maximale pour $M_1 \simeq 0{,}9$ et $\eta_s \simeq 0{,}5$ (en accord avec 2.2.2.). Malheureusement, plus δ est grand et plus F_c et X sont petits, c'est-à-dire qu'une tuyère qui fonctionne dans les meilleures conditions de puissance volumique ne peut délivrer qu'une puissance totale faible. Le facteur de conversion reste toujours très petit : maximum de l'ordre de 0,1 pour une puissance volumique de l'ordre du quart de la puissance volumique maximale. Les longueurs des tuyères, nulles pour $M_1 = 1$, augmentent jusqu'à 30 ou 40 m lorsque M_1 diminue jusque vers 0,2.

3.1.3. — Tuyère à vitesse constante.

3.1.3.1. — Système d'équations : c'est le système (89) avec $\frac{dV}{dX} = 0$ et $Z = C^{te}$.

$$\left.\begin{aligned}
&\rho\, Y = \frac{m}{V}\\
&\frac{dp}{dX} + \frac{1}{2\,\mu}\frac{d(B^2)}{dX} = 0\\
&C_p \frac{dT}{dX} + \frac{U}{\mu\, m}\frac{dB}{dX} = 0\\
&\frac{p}{\rho} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} C_p\, T\\
&\frac{dB}{dX} = -\,\mu\, J\\
&E\, Y = U\\
&J = \sigma(E - V\, B)\\
&\sigma = \alpha\, T^{\frac{3}{4}}\, p^{-\frac{1}{2}}\, e^{-\frac{\beta}{T}}
\end{aligned}\right\} \qquad (91)$$

Comme le système (90), le système (91) ne comporte qu'une seule équation différentielle du premier ordre non linéaire. Il a été résolu par la même méthode que (90) sur machine à calculer numérique.

3.1.3.2. — Evolution du fluide dans la tuyère.

Les figures 4 et 5 indiquent que les grandeurs mécaniques évoluent de la même façon en régime subsonique et supersonique : la température et la pression diminuent, le nombre de Mach et la section augmentent. Un exemple de variation de ces grandeurs en fonction de l'abscisse X de la tuyère est donné figure 9.

Lorsque la hauteur de la tuyère est infinie, $p = 0$, et l'intégrale de la 2e équation de (91) conduit à :

$$b^2 = 1 + \frac{2}{\mathfrak{F}_B\, \gamma\, M_1^2} \qquad (92)$$

avec $b = \frac{B}{B_1}$ et $\mathfrak{F}_B = \frac{B_1^2}{\mu\, \rho_1\, V_1^2}$

Par ailleurs, la condition de blocage $M_2 = 1$ intervient d'après l'intégrale de la 3e équation de (91) pour

$$b = 1 + \frac{1 - M_1^2}{\mathcal{F}_B \, e_1 (\gamma - 1) \, M_1^2}. \qquad (93)$$

La condition de fin de détente J = 0 n'a jamais lieu pour une tuyère à vitesse constante car $\frac{E}{\sqrt{B}}$ diminue, puisque E diminue (Y croît) et que B augmente.

En définitive, pour une tuyère à vitesse constante subsonique, deux conditions de fin de détente sont possibles : soit Y $\nearrow \infty$ et b a la valeur donnée par (92), soit M = 1 et b a la valeur donnée par (93). Avec les valeurs numériques que nous nous sommes fixées, la condition de fin de détente sera en fait Y $\nearrow \infty$ pour $0 < M_1 < 0{,}9$. Quant à la tuyère à vitesse constante supersonique, sa seule condition de fin de détente est Y $\nearrow \infty$, puisque $M_1 > 1$ et que M croît.

En pratique, lorsque le profil de la tuyère diverge trop, il se produit un décollement de la veine fluide. Il convient donc de limiter la détente si Y $\nearrow \infty$ pour une certaine valeur de α (angle de la tangente au profil avec l'horizontale — voir figure 9) qui sera ici 10°.

3.1.3.3. — Résultats : plan δ, η_s.

Les résultats des calculs numériques sont résumés par deux graphiques dans le plan δ, η_s, le premier graphique est relatif aux tuyères subsoniques (fig. 10) et le deuxième aux tuyères supersoniques (fig. 11). Les tuyères pour lesquelles la condition de fin de détente serait $M_2 = 1$ ne sont pas représentées. La courbe supérieure de la figure 10 limite de domaine du plan δ, η_s où la condition de fin de détente est $\alpha = 10°$. Les courbes désignées par : limite $e_1 = 1$ (fig. 10 et 11) indiquent quelles sont les valeurs maximales de η_s pour M_1 donné lorsque e_1 tend vers 1.

3.1.3.3.1. — Tuyère à vitesse constante et tuyère à section constante :

Contrairement à la tuyère à section constante, la tuyère à vitesse constante n'est pratiquement plus soumise au blocage thermique, et elle atteint des facteurs de conversion plus élevés (F_c de l'ordre de 0,12 pour $\delta = \frac{\delta \text{ maxi}}{2}$). Cependant, comme F_c est plus grand, J et l'effet Joule sont aussi plus grands et le rendement isentropique est plus faible.

Exemples d'avant-projets comparables :

Tuyère à vitesse constante :

1) $M_1 = 0{,}5$ X = 20 m Pu = 210 M W $\eta_s = 0{,}48$

2) $M_1 = 1{,}3$ X = 20 m Pu = 260 M W $\eta_s = 0{,}47$

Tuyère à section constante :

1) $M_1 = 0{,}5$ $X = 10$ m $Pu = 95$ MW $\eta_s = 0{,}68$
2) $M_1 = 1{,}3$ $X = 10$ m $Pu = 35$ MW $\eta_s = 0{,}87$

Le domaine supersonique, voisin de $M = 1$, présente beaucoup plus d'intérêt pour une tuyère à vitesse constante que pour une tuyère à section constante.

3.1.3.3.2. — Tuyère à vitesse constante et tuyère à Mach constant.

Pour éviter le blocage sonique il suffit de donner à la tuyère une forme telle que le nombre de Mach reste constant de l'entrée à la sortie. Un programme identique à celui qui vient d'être exposé pour la tuyère à vitesse constante a été réalisé pour la tuyère à Mach constant en portant dans les équations (89) : $V^2 = (\gamma - 1)\, C_p\, T$ et $Z = C^{te}$. La résolution des équations a été effectuée sur analyseur différentiel. Les résultats obtenus sont identiques à ceux de la tuyère à vitesse constante : le profil de la tuyère à Mach constant s'évase brutalement à partir d'une certaine longueur, et les valeurs des grandeurs globales sont tout à fait comparables.

3.1.4. — Tuyère pyramidale.

3.1.4.1. — Système d'équations.

C'est le système (89) avec $Y = Y_1 + A_1 X$ et $Z = Z_1 + C_1 X$

$$
\left|\begin{array}{l}
Y = Y_1 + A_1 X \\
Z = Z_1 + C_1 X \\
\rho\, Y\, Z\, V = m \\
\rho\, V \dfrac{dV}{dX} + \dfrac{dp}{dX} + \dfrac{B}{\mu\, Z} \dfrac{d(BZ)}{dX} = 0 \\
\dfrac{d}{dX}\left(C_p\, T + \dfrac{V^2}{2}\right) + \dfrac{U}{\mu\, m} \dfrac{d(BZ)}{dX} = 0 \\
\dfrac{p}{\rho} = \dfrac{\gamma - 1}{\gamma}\, C_p\, T \\
\dfrac{d(BZ)}{dX} = -\mu\, J\, Z \\
E\, Y = U \\
J = \sigma(E - V\, B) \\
\sigma = \alpha\, T^{\frac{3}{4}}\, p^{-\frac{1}{2}}\, e^{-\frac{\beta}{T}}
\end{array}\right. \qquad (94)
$$

Le système d'équations (94) est un peu plus compliqué que les systèmes (90) et (91) car l'équation de l'impulsion (4e équation) ne s'intègre plus immédiatement. Le système (94) a été résolu en utilisant une méthode d'intégration pas à pas du 2e ordre (sur I. B. M. 7 090).

3.1.4.2. — Evolution du fluide dans la tuyère.

Les valeurs de A_1 et C_1 dans les équations 1 et 2 du système (94) déterminent l'angle d'ouverture α de la tuyère. Nous n'avons considéré que des tuyères divergentes en régime subsonique, et par conséquent connaissant α, l'évolution du fluide dans la tuyère est déterminée d'après la figure 4. Il faut noter cependant que les pentes des droites de la figure 4 dépendent de l'abscisse X, et donc dans une tuyère d'ouverture donnée, la vitesse peut décroître au début, passer par un minimum, puis croître jusque $M = 1$.

Pratiquement la condition de fin de détente est $M = 1$ lorsque l'ouverture de la tuyère est faible, et $J = 0$ pour une ouverture plus grande.

3.1.4.3. — Tuyère pyramidale à entrefer variable.

Dans cette étude $A_1 = C_1$, et α varie de 0 à 10°. (α désigne de façon précise l'angle d'une paroi de la tuyère avec l'axe O X.) Les calculs montrent que la longueur de la tuyère, la puissance volumique, le facteur de conversion, augmentent beaucoup lorsque α passe de 0° à 1 ou 2°, puis ils diminuent pour des ouvertures de plus en plus grandes. Ceci provient du changement de la condition de fin de détente : $M = 1$ pour α petit, et $J = 0$ pour $\alpha > 3°$. La densité de courant diminue dans une tuyère de grande ouverture pour deux raisons principales :

1° la vitesse diminue (d'après la figure 4), 2° l'induction magnétique diminue (l'entrefer augmente).

Un exemple de caractéristiques de tuyères pyramidales à entrefer variable est montré fig. 12, 13, 14, 15 : on a représenté les variations de X (longueur totale de la tuyère), F_c, δ, η_s, en fonction de α pour $M_1 = 0{,}6$ et différentes valeurs de e_1. Ces courbes présentent des discontinuités pour les valeurs de α qui correspondent aux changements de conditions de fin de détente.

Dans l'ensemble, les tuyères pyramidales à entrefer variable ont des caractéristiques supérieures à celles de la tuyère à section constante, mais inférieures à celles de la tuyère à vitesse constante.

3.1.4.2. — Tuyère pyramidale à entrefer constant.

L'annulation de la densité de courant dans les tuyères à entrefer variable provenait en partie de la diminution de B. Pour y remédier nous imposons maintenant $Z = C^{te}$ ($C_1 = 0$) dans le système d'équations (94).

Les résultats sont représentés par trois graphiques dans le plan δ, η_s : $\alpha = 1°, 3°, 5°$ (fig. 16, 17, 18).

Toutes les tuyères des trois graphiques sont limitées en longueur par $M = 1$.

Les caractéristiques de la tuyère pyramidale à entrefer constant sont supérieures à celles de la tuyère pyramidale à entrefer variable, car la détente peut être poussée beaucoup plus loin sans que J s'annule. La tuyère pyramidale à entrefer constant permet d'atteindre des facteurs de conversion du même ordre de grandeur que ceux de la tuyère à vitesse constante mais δ et η_s diminuent très vite quand F_c augmente. L'inconvénient de la tuyère à vitesse constante par rapport à la tuyère pyramidale à entrefer constant est d'avoir un profil plus difficile à réaliser technologiquement, ce profil n'étant d'ailleurs valable que pour des conditions de fonctionnement bien déterminées.

3.2. — INFLUENCE DE DIVERS PARAMÈTRES.

3.2.1. — Influence de la nature du gaz :

La comparaison des caractéristiques de tuyères M. H. D. utilisant divers gaz se heurte à la difficulté de définir des conditions de fonctionnement semblables. Pour avoir une idée complète de l'influence de la nature du gaz il faudrait reprendre le paragraphe précédent : 3.1, avec différents gaz. Cependant, nous allons nous borner à une étude qui, bien que simplifiée, nous conduira à des résultats importants.

Considérons le cas simple d'une tuyère à section constante géométriquement donnée dans laquelle passe de l'argon, ou de l'air, ou du gaz carbonique, ou de l'hélium.

Dimensions de la tuyère :

— longueur : 4 m
— section : 1 m × 1 m
Propriétés physiques des quatre gaz :

	Argon	Air	Gaz carbonique	Hélium
γ	5/3	1,4	1,3	5/3
C_p J/kg °K	520	1 275	1 400	3 925

Nous envisageons quatre détentes, une avec chaque gaz.

Les conditions de réservoir sont les mêmes dans les quatre cas : $T_0 = 3\,100$ °K, $p_0 = 981\,000$ P, $\sigma_0 = 94{,}8\ \Omega^{-1}\ m^{-1}$ (valeurs du paragraphe 3.1.1). Enfin, nous fixons également $M_1 = 0{,}6$ et $e_1 = 0{,}8$. L'induction magnétique est toujours 1,5 Tesla.

Les équations utilisées sont celles du paragraphe 3.1.1.

Les résultats sont représentés figure 19. La puissance volumique et le facteur de conversion sont beaucoup plus élevés avec l'hélium qu'avec les autres gaz, et ils sont les plus petits avec l'argon.

Par contre, le rendement isentropique est plus grand avec l'argon qu'avec l'hélium. L'air et le gaz carbonique donnent des résultats voisins, et intermédiaires entre ceux de l'hélium et de l'argon. Le facteur de conversion et la puissance volumique d'une part, et le rendement isentropique d'autre part, varient en sens inverses, car plus le courant électrique est grand, et plus l'effet Joule est important, donc plus l'entropie augmente.

D'une façon générale plus le C_p du gaz est élevé et plus la puissance volumique peut être grande, car pour une chute de température donnée à partir des conditions de réservoir, plus C_p est grand, et plus la vitesse est grande, donc plus δ est grand (relation (77)).

Il ressort de la figure 19 que les gaz les plus intéressants, non seulement pour δ mais aussi pour F_c sont ceux qui ont une chaleur spécifique élevée. A cet égard, les gaz provenant d'une combustion de produits pétroliers conviennent parfaitement car, du fait des dissociations, leur C_p est en réalité très grand. Cependant il n'est pas possible de conclure définitivement sur la supériorité de tel ou tel gaz, de nombreux impératifs techniques et économiques devant aussi intervenir.

3.2.2. — Influence des pertes de chaleur :

Pour des raisons de tenue des matériaux, il est nécessaire de refroidir les parois de la tuyère. Nous analysons l'influence de ces pertes de chaleur sans entrer dans le détail des phénomènes de couches limites, en modifiant simplement l'équation de l'énergie dans le système (94) des équations de la tuyère pyramidale. La nouvelle équation de l'énergie s'écrit sous sa forme (14) :

$$\frac{d}{dX}\left(C_p T + \frac{V^2}{2}\right) + \frac{U}{m\,\mu}\frac{d(B\,Z)}{dX} = \frac{\theta}{\rho\,V}\,.$$

En portant cette équation dans le système (94) à la place de la 5e équation, nous obtenons un système (94') que nous résolvons dans les conditions générales du paragraphe 3.1.1. Le rapport $\frac{\theta}{\rho\,V}$ est supposé constant pour une tuyère donnée. θ_1 (valeur de θ pour $X = 0$) prend quatre valeurs : 0,5 M W/m³, 1 M W/m³, 2 M W/m³ et 4 M W/m³, ce qui correspond à un flux de chaleur q de 0,125 M W/m², 0,25 M W/m², 0,5 M W/m² et 1 M W/m² pour une tuyère de section 1 m × 1 m. La même étude qu'au paragraphe 3.1.4.3 (où $q = 0$ et $A_1 = C_1$) a été entreprise avec ces quatre valeurs de q.

Les calculs montrent que les pertes de chaleur n'ont pratiquement pas d'influence sur les valeurs de X (longueur totale), F_c, δ, η_s, pour des tuyères ayant même angle d'ouverture et mêmes conditions initiales (à titre d'exemple voir les figures 20-21-22-23). Cependant, bien que les tuyères restent équivalentes au point de vue de leurs caractéristiques globales, le fluide n'évolue pas de la même façon.

Le tableau ci-dessous résume les caractéristiques de trois tuyères à section constante pour lesquelles $M_1 = 0{,}6$ et $e_1 = 0{,}9$. Les grandeurs sont calculées dans la section d'abscisse $X = 7$ m.

q M W/m²	V m/s	T °K	P Pascal	Fc	δ M W/m³	η_s	X m
0	990	2 650	478 000	0,031 5	10,7	0,737	7
0,125	950	2 680	504 000	0,030 8	10,5	0,745	7
0,25	917	2 690	517 000	0,030 2	10,3	0,754	7

3.2.3. — Influence du caractère tensoriel de la conductivité :

Dans le cas général où la conductivité est un tenseur, la loi d'Ohm prend la forme (36) :

$$\left.\begin{aligned} J_x &= \sigma_1 E_x - \sigma_2(E_y - V B) \\ J_y &= \sigma_2 E_x + \sigma_1(E_y - V B) . \end{aligned}\right] \qquad (95)$$

Nous supposons E_z nul et par conséquent $J_z = 0$.
Le vecteur induction magnétique **B** est dirigé suivant l'axe O Z et le vecteur vitesse **V** suivant l'axe O X.

Les relations (95) se simplifient dans trois cas [10] :

— générateur à électrodes continues : $E_x = 0$ (c'est le générateur qui a fait l'objet des calculs du paragraphe 3.1) (voir fig. 24).
— générateur à électrodes terminales : $E_y = 0$ (voir fig. 25).
— générateur à électrodes segmentées : $J_x = 0$ (voir fig. 26).

3.2.3.1. — Générateur à électrodes continues :

$$\left.\begin{aligned} J_x &= -\sigma_2(E_y - V B) \\ J_y &= \sigma_1(E_y - V B) . \end{aligned}\right] \qquad (96)$$

Les lignes de courant électrique ne sont plus verticales (voir fig. 1 où σ est scalaire) mais inclinées (fig. 24). Le courant électrique utile J_y est plus petit que si la conductivité était salaire car $\sigma_1 < \sigma_0$ (relation (33)).
A cause de J_x l'écoulement n'est pas unidimensionnel et l'équation de la quantité de mouvement en projection sur l'axe O Y indique la présence d'un gradient de pression dans le sens inverse de **E** :

$$\frac{\partial p}{\partial Y} + J_x B = 0 .$$

3.2.3.2. — Générateur à électrodes terminales :

Au lieu de J_y, ce générateur utilise la composante J_x du courant électrique. La tuyère est composée d'anneaux conducteurs séparés par des anneaux isolants (fig. 25). Les deux anneaux conducteurs situés à chacune

des deux extrémités de la tuyère sont reliés entre eux par l'intermédiaire du circuit extérieur. Les anneaux conducteurs sont supposés parfaits :

$$\left.\begin{aligned} E_y &= 0 \\ J_x &= \sigma_1 E_x + \sigma_2 V B \\ J_y &= \sigma_2 E_x - \sigma_1 V B . \end{aligned}\right\} \qquad (97)$$

Comme pour le générateur à électrodes continues, l'écoulement est bidimensionnel. Pour avoir une idée de l'ordre de grandeur des variations des grandeurs mécaniques dans un tel écoulement, négligeons en première approximation le gradient de pression transversal et supposons pour simplifier que $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$:

$$\left.\begin{aligned} &\rho V = \frac{m}{S} \text{ (section constante)} \\ &\frac{m}{S}\frac{dV}{dX} = -\frac{dp}{dX} + J_y B \\ &\frac{m}{S}\frac{d}{dX}\left(C_p T + \frac{V^2}{2}\right) = E_x J_x \\ &\frac{p}{\rho} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} C_p T \\ &J_x = \sigma(E_x - V B) \\ &J_y = \sigma(E_x - V B) \end{aligned}\right\} \qquad (98)$$

Du système (98) on tire immédiatement les valeurs des gradients de vitesse de température et de pression dans une section donnée :

$$\frac{dV}{dX} = \frac{\dfrac{\gamma - 1}{\gamma V} J_x \left(V B - \dfrac{J_x}{\sigma}\right) + B(J_x - 2\sigma V B)}{\dfrac{m}{S\gamma} - \dfrac{p}{V}}$$

$$\frac{dT}{dX} = -\frac{V}{C_p}\frac{dV}{dX} - \frac{S}{m C_p} J_x \left(V B - \frac{J_x}{\sigma}\right)$$

$$\frac{dp}{dX} = -\frac{dV}{dX}\left(\frac{p}{V} + \frac{m}{S}\frac{\gamma - 1}{\gamma}\right) - \frac{(\gamma - 1)}{\gamma V} J_x \left(V B - \frac{J_x}{\sigma}\right)$$

Valeurs numériques : Nous choisissons des ordres de grandeurs courants en M. H. D. :

$p = 2.10^5$ P $B = 1{,}5$ Tesla $T = 3000^o$ K

$\gamma = 1{,}3$ $C_p = 1400$ J/kg^o K $\sigma = 100\ \Omega^{-1}\ m^{-1}$

$1^o\ V = 500$ m/s et $J_x = \dfrac{\sigma V B}{10}$

La puissance utile volumique est 5 M W/m³ et

$$\frac{dV}{dX} = 660 \text{ m/s/m} \qquad \frac{dT}{dX} = -270^{\circ} \text{ K/m} \qquad \frac{dp}{dX} = -2{,}8.10^{5} \text{ P/m}$$

2^{o} V = 1 000 m/s $\qquad J_x = \dfrac{\sigma V B}{2}$.

La puissance utile volumique est 56 M W/m³ et :

$$\frac{dV}{dX} = 7\,800 \text{ m/s/m} \qquad \frac{dT}{dX} = -5\,700^{\circ} \text{ K/m} \qquad \frac{dp}{dX} = -19.10^{5} \text{ P/m} .$$

Ces deux exemples montrent que la tuyère à électrodes terminales permet d'espérer des puissances volumiques importantes, mais qu'elle risque d'être limitée en longueur à cause des gradients élevés de température, pression, vitesse... La valeur élevée du gradient de pression dans le sens des X résulte probablement du fait que J_y est très grand puisque c'est un courant de court-circuit.

3.2.3.3. — Générateur à électrodes segmentées :

Il est composé de deux parois isolantes, les deux autres parois comprenant alternativement une électrode et un isolant (fig. 26).

Cette disposition impose $J_x = 0$ et donc d'après (95) :

$$\left.\begin{aligned} E_x &= \frac{\sigma_2}{\sigma_1}(E_y - V B) \\ J_y &= \frac{\sigma_2^2 + \sigma_1^2}{\sigma_1}(E_y - V B) . \end{aligned}\right] \qquad (99)$$

Contrairement au générateur à électrodes continues et au générateur à électrodes terminales, le générateur à électrodes segmentées peut donc être traité par la méthode quasi-unidimensionnelle. De plus $\dfrac{\sigma_2^2 + \sigma_1^2}{\sigma_1} > \sigma_1$ donc ce générateur fournira une puissance volumique plus grande que le générateur à électrodes continues. Son inconvénient majeur est le nombre important de circuits extérieurs qu'il nécessite.

3.2.4. — Influence des dissociations :

Dans tous les calculs précédents de détentes M. H. D. nous avons supposé que la loi des gaz parfaits était valable. Nous indiquons maintenant la méthode à suivre pour tenir compte des dissociations en supposant que l'équilibre chimique est réalisé à chaque instant.

Le système général des équations de la M. H. D. (89) reste valable à condition de remplacer :

$$\left\{\begin{array}{ll} \dfrac{p}{\rho} = \dfrac{\gamma - 1}{\gamma} C_p T & (39) \\ dh = C_p \, dT & (40) \end{array}\right.$$

par

$$\left\{\begin{array}{ll} dh = \varphi_1 \, dT + \varphi_2 \, dp & (52') \\ d\rho = \psi_1 \, dT + \psi_2 \, dp \, . & (53') \end{array}\right.$$

Les grandeurs φ_1, φ_2, ψ_1, ψ_2 se calculent en utilisant les formules (55) après résolution du système d'équations (46), (47), (48) (voir paragraphe 1.6.2). Le système (46), (47), (48) comprend un nombre d'équations égal au nombre de constituants chimiques du mélange gazeux.

Par conséquent, le système général des équations de la M. H. D. est considérablement compliqué par la prise en compte des dissociations. Ce système d'équations complet est programmé (sur I. B. M. 7 090 en utilisant la méthode Runge-Kutta du 4e ordre) dans le cas où les réactions chimiques qui interviennent sont celles du paragraphe 1.6.3.

3.3. — RÉSOLUTION DU SYSTÈME D'ÉQUATIONS PAR LINÉARISATION.

3.3.1. — Méthode de résolution par linéarisation.

D'une façon générale, dans une tuyère M. H. D. l'écoulement s'effectue avec des gradients dans le sens des X assez faibles et peu variables (voir par exemple les courbes fig. 6-7-7 *bis*-9). Cette remarque suggère la possibilité de résoudre le système d'équations de la tuyère M. H. D. après linéarisation. H. K. Messerle [31] a entrepris une telle étude dans un cas simple où l'induction magnétique et la conductivité électrique sont constantes ; il a traité avec ces hypothèses l'exemple de la tuyère à section constante.

La méthode générale de linéarisation consiste d'abord à changer de fonctions inconnues : au lieu de rechercher les fonctions T, p, V, B ··· de X, nous choisissons comme nouvelles inconnues ΔT, Δp, ΔV, ΔB ··· de X telles que :

$$\Delta T = T - T_1 \qquad \Delta p = p - p_1 \qquad \text{etc...}$$

T_1, p_1 ··· étant des constantes : valeurs de T, p ··· pour X = 0.

Ensuite nous simplifions le nouveau système d'équations en négligeant tous les termes qui rendent les équations non linéaires : nous supposons $\dfrac{\Delta T}{T_1}$ ··· petit devant 1 et nous négligeons les termes de la forme $\Delta T \dfrac{d}{dX}(\Delta T)$ devant $T_1 \dfrac{d}{dX}(\Delta T)$ ··· Le système d'équations différentielles linéaires du premier ordre obtenu peut alors être résolu par les méthodes usuelles.

3.3.2. — Tuyère à vitesse constante.

Le système d'équations pour une tuyère à vitesse constante a été établi au paragraphe 3.1.3. :

$$\left.\begin{aligned}
&\rho\, Y = \frac{m}{V}\\
&\frac{dp}{dX} = J\, B\\
&C_p \frac{dT}{dX} = \frac{E \cdot J}{\rho\, V}\\
&\frac{dB}{dX} + \mu\, J = 0\\
&\frac{p}{\rho} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} C_p\, T\\
&E\, Y = U\\
&J = \sigma(E - V\, B)\\
&\sigma = \alpha\, T^{\frac{3}{4}}\, p^{-\frac{1}{2}}\, e^{-\frac{\beta}{T}}.
\end{aligned}\right\} \qquad (91)$$

Pour simplifier les calculs qui vont suivre, écrivons ce système d'équations avec des variables sans dimensions :

$x = \dfrac{X\, \mathcal{R}_m}{Y_1}$ — longueur depuis l'entrée de la tuyère

$r = \dfrac{\rho}{\rho_1}$ — masse volumique

$y = \dfrac{Y}{Y_1}$ — hauteur de la tuyère

$v = \dfrac{V}{V_1}$ — vitesse

$\varpi = \dfrac{p}{\rho_1 V_1^2}$ — pression

$b = \dfrac{B}{B_1}$ — induction magnétique

$e = \dfrac{E}{V_1 B_1}$ — champ électrique

$t = \dfrac{T}{T_1}$ température

$j = \dfrac{J}{\sigma_1 V_1 B_1}$ densité de courant

$g = \dfrac{\sigma}{\sigma_1}$ conductivité

$\mathcal{R}_m = \mu \sigma_1 V_1 Y_1$ nombre de Reynolds magnetique

$\mathcal{F}_B = \dfrac{B_1^2}{\mu \rho_1 V_1^2}$ indice de pression magnétique

$$\left.\begin{array}{l} r\,y = 1 \\ \dfrac{d\varpi}{dx} + \dfrac{\mathcal{F}_B}{2}\dfrac{d(b^2)}{dx} = 0 \\ -\dfrac{1}{(\gamma - 1) M_1^2}\dfrac{dt}{dx} + \mathcal{F}_B e_1 \dfrac{db}{dx} = 0 \\ \dfrac{db}{dx} + j = 0 \\ \varpi = \dfrac{r\,t}{\gamma M_1^2} \\ e\,y = e_1 \\ j = g(e - b) \\ g = \dfrac{1}{(\gamma M_1^2 \varpi)^2}\, t^{\frac{3}{4}} \exp\left(\beta' \dfrac{t-1}{t}\right) \end{array}\right\} \quad (100)$$

avec $\beta' = \dfrac{\beta}{T_1}$.

Le système (100) de 8 équations à 8 fonctions inconnues, r, y, ϖ, b, j, e, g, t, ne comporte en fait qu'une seule équation différentielle qui peut se mettre par exemple sous la forme :

$$\frac{dt}{dx} = f(t) \qquad (101)$$

toutes les fonctions inconnues autres que t s'expriment en fonction de t en résolvant le système des 7 équations non différentielles. L'équation (101) est ensuite linéarisée suivant la méthode exposée ci-dessus, ce qui conduit à :

$$\frac{d}{dx}(\Delta t) = K_1 \Delta t + K_2 \qquad (102)$$

avec $$K_1 = (\gamma - 1)\, M_1^2 \left[\vartheta_B\, e_1 \left(- e_1 + \frac{\gamma}{\gamma - 1} + \frac{1}{(\gamma - 1)\, M_1^2\, \vartheta_B\, e_1} \right) + \left(- \frac{\gamma}{2\, e_1 (\gamma - 1)} + \frac{3}{4} + \beta' \right) (e_1 - 1) \right]$$

$$K_2 = \vartheta_B\, e_1 (\gamma - 1)\, M_1^2\, (e_1 - 1)\,.$$

A titre de comparaison, le système (100) a été résolu en utilisant d'une part cette méthode de linéarisation et d'autre part la méthode plus précise de pas à pas sur machine numérique. Les conditions initiales sont les mêmes qu'au paragraphe 3.1. Les résultats (fig. 27) pour $M_1 = 0{,}8$ et $e_1 = 0{,}9$ prouvent la validité de la méthode de linéarisation.

3.4. — CENTRALE M. H. D.

Pour définir le rendement global d'un générateur M. H. D. il faut considérer le cycle total du fluide et non pas uniquement la détente dans la tuyère. Nous savons que ce rendement restera toujours inférieur au rendement de Carnot, lequel sera d'autant plus grand que le rapport de la température la plus basse du cycle à la température la plus élevée sera plus petit. Le générateur M. H. D. proprement dit fonctionne entre des températures d'entrée et de sortie assez voisines (paragraphe 2.2), donc pour améliorer le rendement il faut utiliser l'énergie calorifique des gaz sortant de la tuyère jusqu'à une température aussi basse que possible.

Les cycles M. H. D. sont essentiellement de deux catégories :

1° *Cycle ouvert* : le gaz chaud provient d'une combustion et est évacué dans l'atmosphère après passage dans une tuyère M. H. D. puis dans une centrale classique.

2° *Cycle fermé* : le gaz est chauffé au contact d'une source chaude (pile atomique par exemple), il traverse ensuite une tuyère M. H. D. et une centrale classique, puis il revient à la source chaude.

Les centrales classiques pour les cycles ouvert ou fermé peuvent être de deux types : elles comportent ou bien des turbines à vapeur, ou bien des turbines à gaz.

Les quatre possibilités sont représentées fig. 28, 29, 30, 31.

3.4.1. — Le cycle fermé avec turbine à vapeur (fig. 28) a été étudié par S. Way [24] et par A. Kantrowitz et P. Sporn [32]. Le gaz (hélium) provenant de la source chaude est accéléré dans un convergent, son enthalpie totale est partiellement transformée en électricité dans la tuyère M. H. D. sa vitesse est réduite dans un divergent, puis il échauffe dans un échangeur gaz-gaz, le fluide qui retourne à la source chaude. Après ce premier échangeur il en traverse un second avant d'aller au compresseur qui débite directement dans l'échangeur gaz-gaz. Le deuxième échangeur produit la vapeur d'eau sous pression qui actionne une turbine à vapeur. Cette turbine entraîne

le compresseur et un alternateur. Toutefois, si la quantité de chaleur récupérée dans l'échangeur gaz-gaz est grande, la puissance de la turbine à vapeur sera faible et l'alternateur devra être remplacé par un moteur (c'est le cas des cycles de [24] et [32]).

3.4.2. — Le cycle fermé avec turbine à gaz (fig. 29) ne comporte pas l'échangeur gaz-eau-vapeur, mais l'échangeur gaz-gaz doit être très important pour que la température à l'entrée de la turbine à gaz soit suffisamment faible (< 750 °C). Pour actionner le compresseur il faudra donc, outre la turbine à gaz, un moteur électrique. De plus, entre la turbine à gaz et le compresseur, il faut abaisser la température du gaz à l'aide d'un réfrigérant à circulation d'eau.

L'intérêt des cycles fermés est de permettre l'emploi de gaz possédant les propriétés physiques qui conviennent le mieux possible à la conversion M. H. D. Notamment, le césium malgré son prix élevé peut être utilisé pour l'ensemencement. Cependant les cycles fermés ne semblent pas être réalisables prochainement à une échelle industrielle à cause de la difficulté de concevoir la source chaude.

3.4.3. — Le cycle ouvert avec turbine à vapeur (fig. 30) a fait l'objet d'un projet de A. Kantrowitz et P. Sporn [32] dans le cas d'une tuyère à vitesse constante et entrefer variable.

N. R. Dibelius, E. A. Luebke et G. J. Mullaney [14] ont montré que le gain en rendement d'un tel cycle par rapport à une centrale classique augmente en même temps que 1° la température statique à l'entrée de la tuyère et 2° le rapport des pressions statiques d'entrée et de sortie de la tuyère.

Dans un tel cycle, la température élevée est obtenue à l'aide d'une combustion dans de l'air préchauffé et si nécessaire, enrichi en oxygène. Le préchauffage s'effectue dans l'échangeur gaz-gaz, et la production de vapeur a lieu dans l'échangeur gaz-eau-vapeur, après lequel les gaz brûlés sont évacués dans l'atmosphère.

La turbine à vapeur entraîne le compresseur et un alternateur si le préchauffage n'est pas très poussé (c'est le cas du cycle de [32]).

3.4.4. — Le cycle ouvert avec turbine à gaz (fig. 31) a été envisagé par C. G. Von Fredersdorff [33] dans le cas de tuyères à vitesse constante supersoniques de très grandes longueurs. Ce cycle, comme le précédent, utilise une combustion. Les gaz débouchent dans l'atmosphère directement après la turbine à gaz. Son fonctionnement exige une pression élevée dans la chambre de combustion, et par conséquent le compresseur doit être très important. Comme pour le cycle fermé avec turbine à gaz, un moteur aide la turbine à gaz à entraîner le compresseur.

Les cycles à turbines à gaz sont en principe plus simples que les cycles à turbines à vapeur mais leur rendement est moins bon. A l'heure actuelle, le cycle ouvert avec turbine à vapeur paraît être la réalisation la plus digne d'attention.

3.4.5. — Rendement d'un cycle ouvert avec turbine à vapeur.

Soient P_{cal} la puissance calorifique de la chambre de combustion P_{ex} la puissance d'excitation de l'électro-aimant, Pu M. H. D. la puissance électrique fournie par la tuyère M. H. D. et Pu_{alt} la puissance électrique fournie par l'alternateur. Le rendement du cycle est :

$$r = \frac{Pu_{alt} + Pu_{MHD}}{P_{cal} + P_{ex}} . \qquad (103)$$

Soit m le débit de gaz brûlés : $m = m_1 + m_2$, m_1 et m_2 étant les débits de comburant et de combustible.

La puissance calorifique du brûleur est :

$$P_{cal} = m_2 Q . \qquad (104)$$

Q étant le pouvoir calorifique par kg de combustible.

Si p_6 et p_7 désignent les pressions à l'entrée et à la sortie du compresseur, il faut :

$\frac{p_7}{p_6} > \frac{p_{01}}{p_{02}}$, la différence entre les deux termes de l'inégalité provenant des pertes de charge principalement dans la chambre de combustion et dans les échangeurs (p_{01} et p_{02} sont les pressions d'arrêt à l'entrée et à la sortie de la tuyère M. H. D.).

D'après la définition (81) : $\left(\frac{P_{01}}{P_{02}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{1}{1 - \frac{F\,c}{\eta_S}}$, donc pour un facteur de conversion donné, plus η_S est petit et plus $\frac{p_{01}}{p_{02}}$, et a fortiori $\frac{p_7}{p_6}$ doivent être grands. Ceci explique l'importance du rendement isentropique d'un générateur M. H. D.

La puissance dépensée par le compresseur non refroidi est :

$$P_p = m_1 \, Cp_6^7 (T_7 - T_6) \qquad (105)$$

Cp_6^7 étant la chaleur spécifique moyenne du comburant entre T_7 et T_6, températures à la sortie et à l'entrée du compresseur.

Si le rendement isentropique du compresseur est η_{sc},

$$T_7 - T_6 = \eta_{sc} (T_7' - T_6)$$

avec

$$\frac{T_7'}{T_6} = \left(\frac{p_7}{p_6}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Soient T_4 et T_5 les températures des gaz brûlés à l'entrée et à la sortie de l'échangeur gaz-eau-vapeur. La puissance de la turbine à vapeur est :

$$P_t = \eta_t \, m \, Cp_4^5 (T_4 - T_5) \qquad (106)$$

η_t étant le rendement global du cycle eau-vapeur (0,3 à 0,4) et Cp_4^5 la chaleur spécifique moyenne des gaz brûlés entre T_4 et T_5.

La puissance électrique fournie par l'alternateur est :

$$Pu_{alt} = P_t - P_p \qquad (107)$$

Les relations (107) et (104) portées dans (103) permettent de calculer le rendement du cyle M. H. D.

La température du comburant à l'entrée du brûleur : T_8 doit être telle que la température des gaz brûlés à l'entrée de la tuyère M. H. D. : T_1 soit suffisamment élevée.

Les valeurs de T_8 et T_7 déterminent la température T_4 des gaz brûlés à la sortie de l'échangeur gaz-gaz supposé parfait :

$$m\ C\ p_3^4(T_3 - T_4) = m_1\ C\ p_7^8(T_8 - T_7)$$

$C\ p_3^4$ étant la chaleur spécifique moyenne des gaz brûlés entre T_3 et T_4

$C\ p_7^8$ la chaleur spécifique moyenne du comburant entre T_7 et T_8

T_3 résulte des caractéristiques de la tuyère M. H. D. et du diffuseur.

CONCLUSION

Les équations de l'écoulement M. H. D. quasi-unidimensionnel ont été résolues dans des conditions assez générales grâce à l'utilisation de machines à calculer électroniques. Les programmes de calcul qui ont été mis au point sont relatifs aux tuyères : 1° à section constante, 2° à vitesse constante, 3° pyramidales. La tuyère à section constante s'est d'abord imposée à cause de sa simplicité technologique, mais les tuyères à vitesse constante et pyramidales ont conduit à de meilleurs rendements. La tuyère M. H. D. la plus intéressante semble être la tuyère pyramidale à entrefer constant et à ouverture faible dans l'autre sens (angle d'une paroi électrode avec l'axe de la tuyère de l'ordre de 1° ou 2°).

Les programmes de calcul ont été exploités en gardant toujours les mêmes valeurs pour un certain nombre de grandeurs physiques, mais ils seront encore utilisables si ces valeurs doivent être modifiées. Ceci nous a déjà permis d'étudier l'influence de la nature du gaz dans un générateur M. H. D. et de montrer qu'il semble préférable de choisir un gaz qui possède une chaleur spécifique élevée.

L'influence d'autres paramètres a aussi été envisagée : les pertes de chaleur par les parois de la tuyère ne modifient pas considérablement les caractéristiques globales du générateur. Le caractère tensoriel de la conductivité semble imposer la segmentation des électrodes. La prise en compte des phénomènes de dissociations nous a conduit à une complication considérable du système d'équations de la tuyère M. H. D. Dans ce cas l'emploi d'une machine à calculer électronique s'impose, tandis que le système d'équations qui ne tient pas compte des dissociations pouvait encore, comme nous l'avons montré, être résolu manuellement avec une précision suffisante par une méthode de linéarisation.

Toute cette étude théorique du générateur M. H. D. est très avancée par rapport aux réalisations pratiques. Celles-ci se heurtent en effet à la difficulté d'obtenir industriellement des températures de l'ordre de 3 000 °K, le problème essentiel étant la tenue des matériaux aux hautes températures. De plus, la connaissance de la conductibilité électrique des gaz dans les conditions de température et de pression propres au générateur M. H. D., reste précaire.

Néanmoins, le générateur M. H. D. ne cesse d'intéresser, depuis quelques années, un nombre croissant de chercheurs. Ceci s'explique par les valeurs élevées des rendements théoriques des centrales M. H. D. : alors que les centrales classiques actuelles ne dépassent pas 40 %, les cycles M. H. D. tels que ceux que nous avons décrits permettent d'espérer des rendements de 50 à 60 %. Aussi, le générateur M. H. D. peut-il être un moyen d'améliorer sensiblement dans les années à venir la conversion de l'énergie calorifique en énergie électrique.

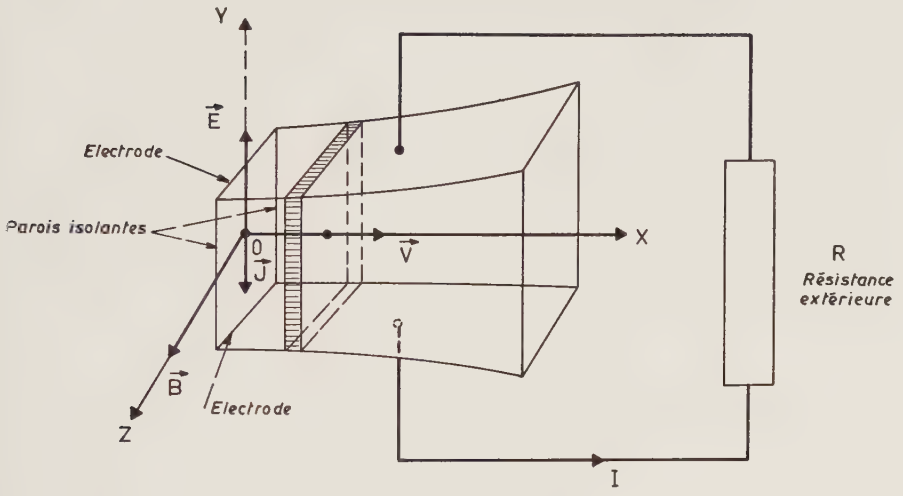


Fig. 1 _ Tuyère M.H.D.

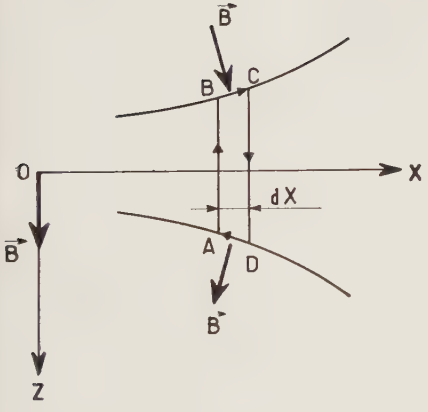


Fig 2 _ Circulation de $\vec{B}$
Electro-Aimant à fer

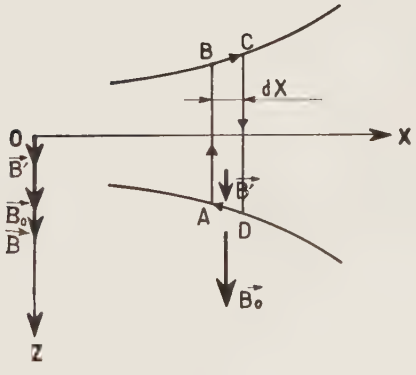


Fig 3 _ Circulation de $\vec{B}$
Electro-Aimant à air

Fig. 4 . Sens de variation des grandeurs mécaniques caractéristiques dans un générateur subsonique .

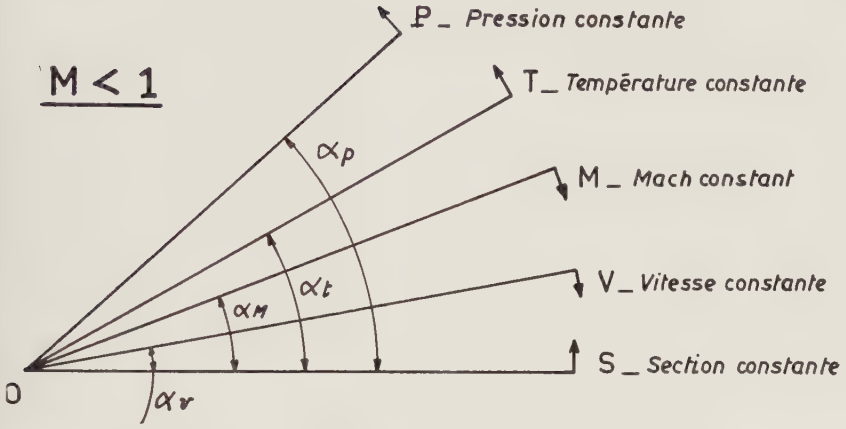


Fig. 5 . Sens de variation des grandeurs mécaniques caractéristiques dans un générateur supersonique .

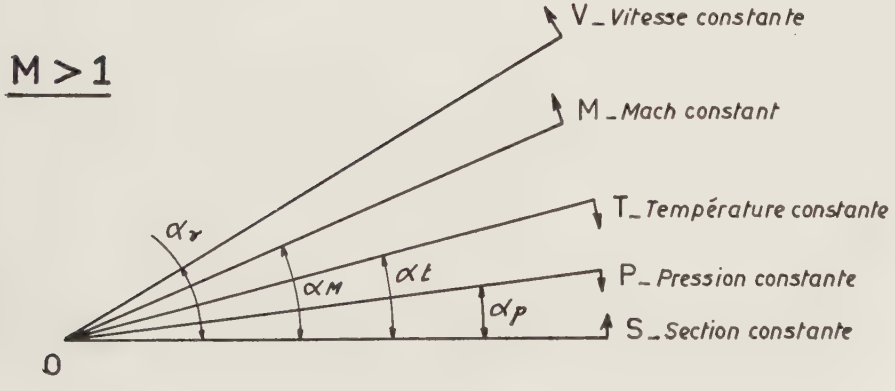
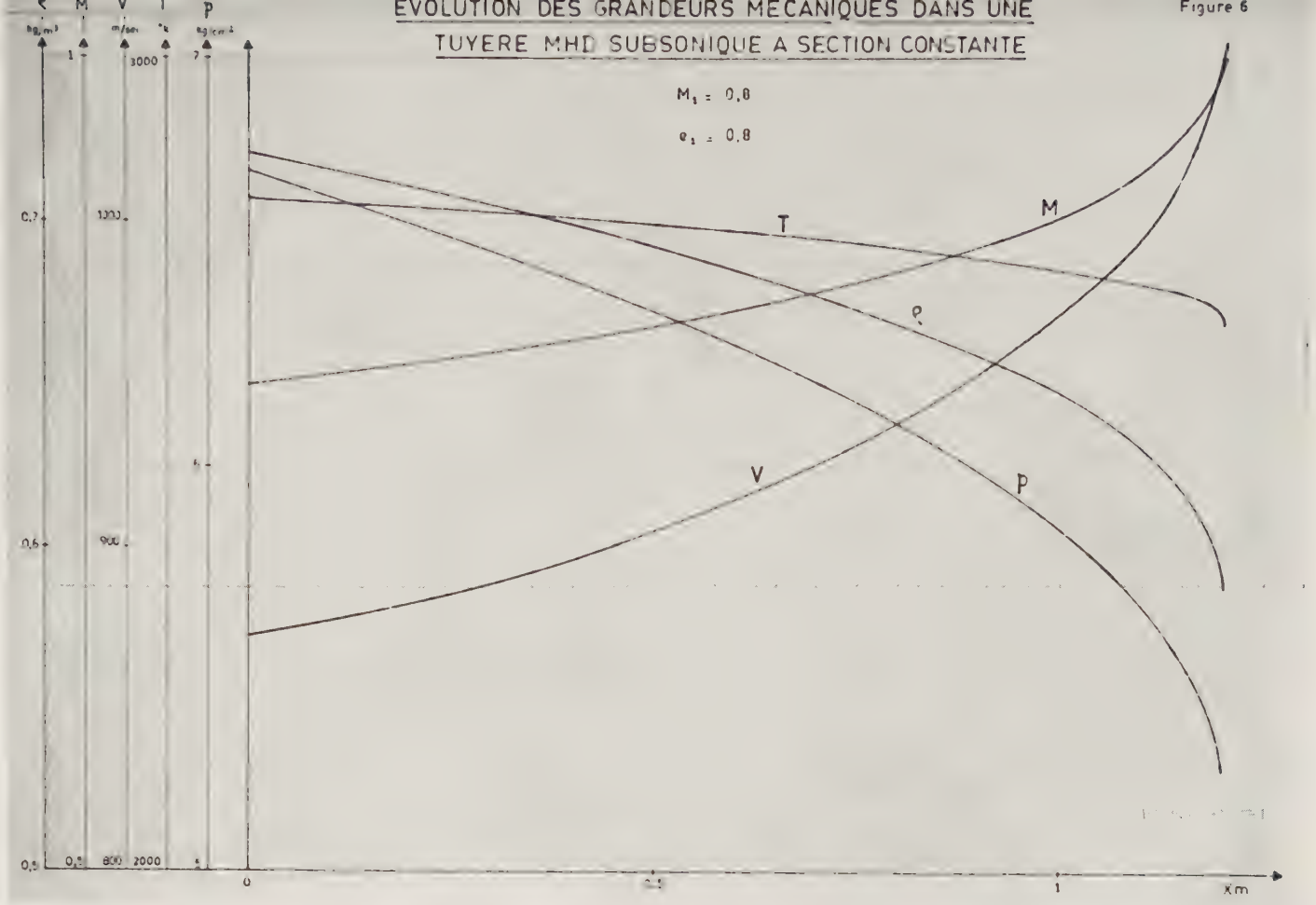


Figure 6


ÉVOLUTION DES GRANDEURS MÉCANIQUES DANS UNE
TUYERE MHD SUBSONIQUE A SECTION CONSTANTE
$M_1 = 0,8$
$\varrho_1 = 0,8$
ρ
M
V
T
P
1
3000
7
0,7
1000
0,6
900
0,5
0,8
800
2000
0
0,5
1
xm

EVOLUTION DES GRANDEURS MECANIQUES DANS UNE TUYERE MHD SUPERSONIQUE A SECTION CONSTANTE

Figure 7

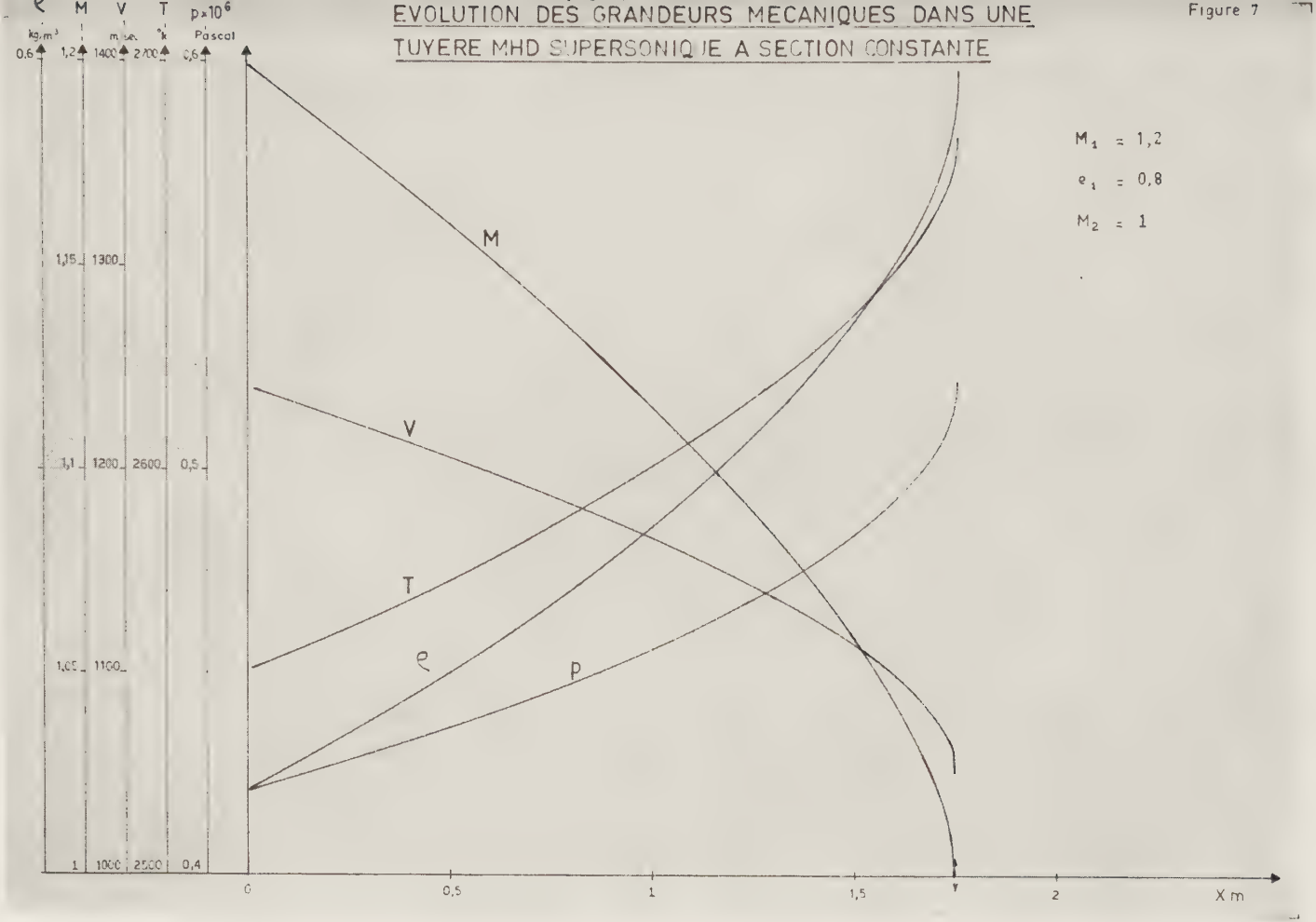
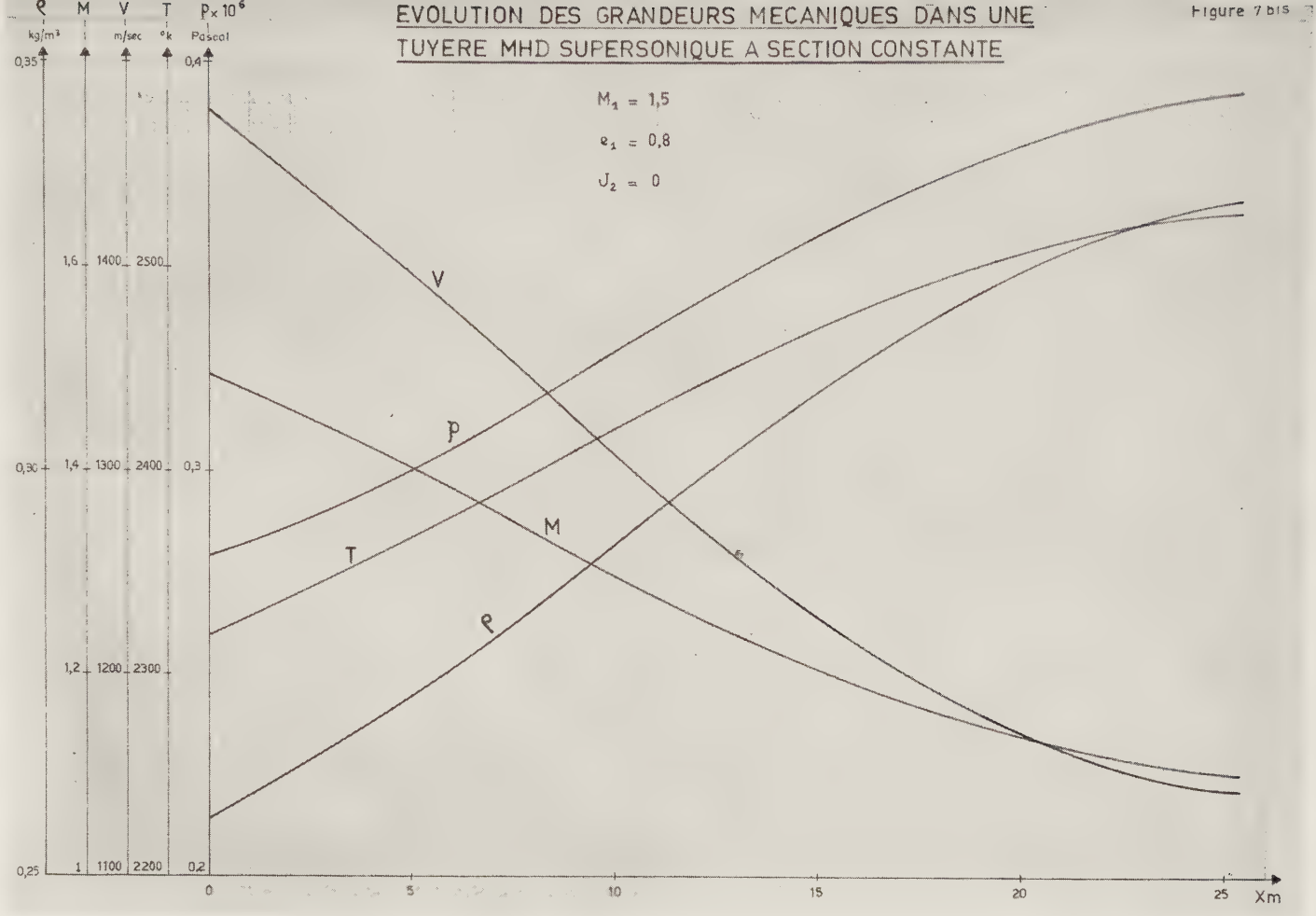


Figure 7 bis

EVOLUTION DES GRANDEURS MECANIQUES DANS UNE TUYERE MHD SUPERSONIQUE A SECTION CONSTANTE



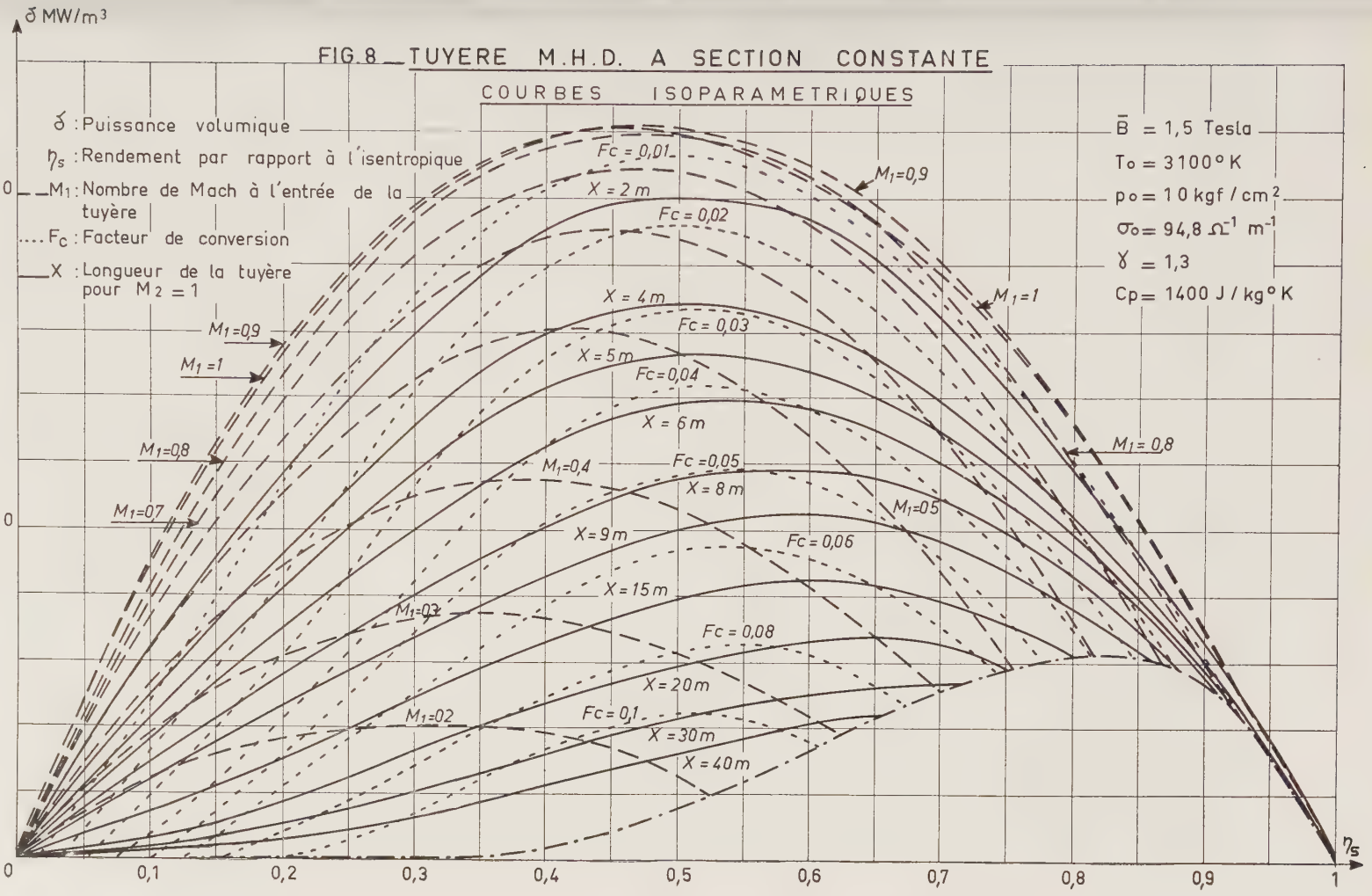
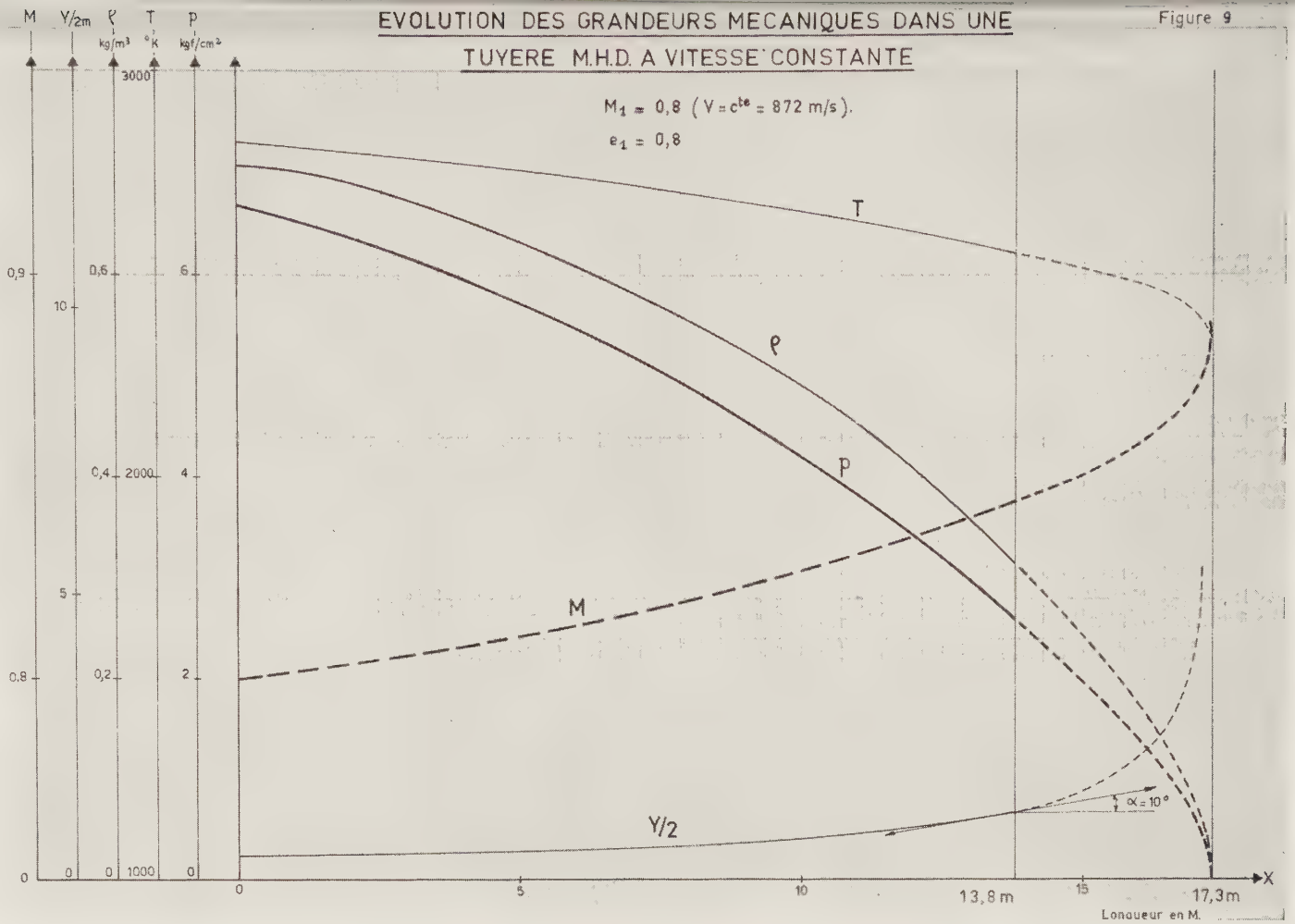
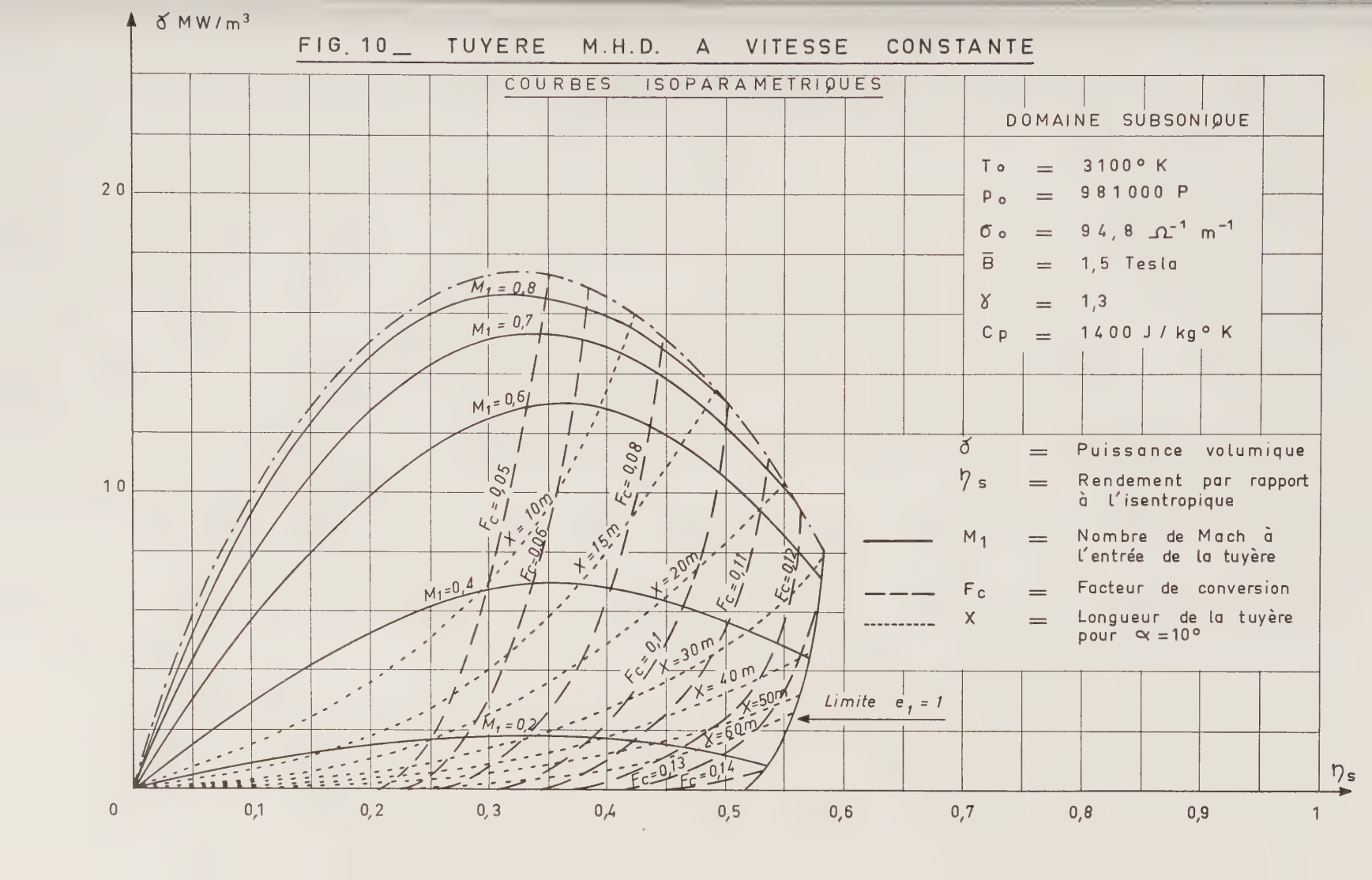

δ MW/m³
FIG.8 _ TUYERE M.H.D. A SECTION CONSTANTE
COURBES ISOPARAMETRIQUES
δ : Puissance volumique
ηs : Rendement par rapport à l'isentropique
M1 : Nombre de Mach à l'entrée de la tuyère
Fc : Facteur de conversion
X : Longueur de la tuyère pour M2 = 1
B̄ = 1,5 Tesla
To = 3100° K
po = 10 kgf / cm²
σo = 94,8 Ω⁻¹ m⁻¹
γ = 1,3
Cp = 1400 J / kg° K
Fc = 0,01
X = 2 m
Fc = 0,02
X = 4 m
Fc = 0,03
X = 5 m
Fc = 0,04
X = 6 m
Fc = 0,05
X = 8 m
X = 9 m
Fc = 0,06
X = 15 m
Fc = 0,08
X = 20 m
Fc = 0,1
X = 30 m
X = 40 m
M1 = 0,9
M1 = 1
M1 = 0,8
M1 = 0,4
M1 = 0,5
M1 = 0,3
M1 = 0,2
M1 = 0,8
M1 = 0,7
20
10
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1
ηs

Figure 9

EVOLUTION DES GRANDEURS MECANIQUES DANS UNE TUYERE M.H.D. A VITESSE CONSTANTE




δ MW/m³
FIG. 10_ TUYERE M.H.D. A VITESSE CONSTANTE
COURBES ISOPARAMETRIQUES
DOMAINE SUBSONIQUE
To = 3100° K
Po = 981000 P
σo = 94,8 Ω⁻¹ m⁻¹
B̄ = 1,5 Tesla
γ = 1,3
Cp = 1400 J / kg° K
δ = Puissance volumique
ηs = Rendement par rapport à l'isentropique
M1 = Nombre de Mach à l'entrée de la tuyère
Fc = Facteur de conversion
X = Longueur de la tuyère pour α = 10°
M1 = 0,8
M1 = 0,7
M1 = 0,6
M1 = 0,4
M1 = 0,2
Fc = 0,05
Fc = 0,06
Fc = 0,08
Fc = 0,1
Fc = 0,11
Fc = 0,12
Fc = 0,13
Fc = 0,14
X = 10m
X = 15m
X = 20m
X = 30m
X = 40m
X = 50m
X = 60m
Limite e1 = 1
20
10
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1
ηs

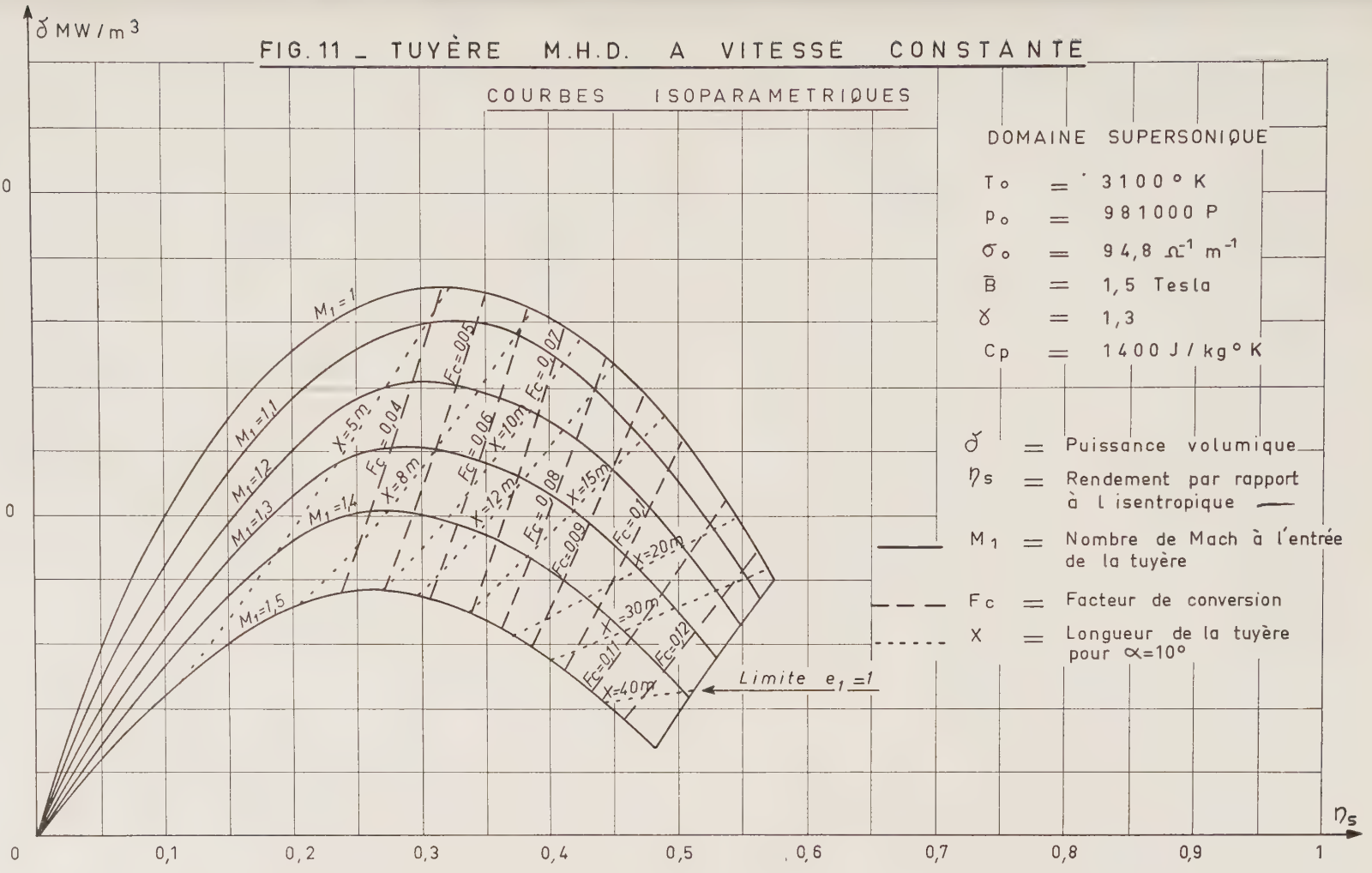


FIG. 11 _ TUYÈRE M.H.D. A VITESSE CONSTANTE
COURBES ISOPARAMETRIQUES
σ MW/m³
ηs
DOMAINE SUPERSONIQUE
To = 3100 ° K
po = 981000 P
σo = 94,8 Ω⁻¹ m⁻¹
B = 1,5 Tesla
γ = 1,3
Cp = 1400 J / kg ° K
σ = Puissance volumique
ηs = Rendement par rapport à l isentropique
M1 = Nombre de Mach à l'entrée de la tuyère
Fc = Facteur de conversion
X = Longueur de la tuyère pour α=10°
M1 = 1
M1 = 1,1
M1 = 1,2
M1 = 1,3
M1 = 1,4
M1 = 1,5
Fc = 0,05
Fc = 0,07
Fc = 0,04
Fc = 0,06
Fc = 0,08
Fc = 0,1
Fc = 0,09
Fc = 0,11
Fc = 0,12
X = 5 m
X = 8 m
X = 10 m
X = 12 m
X = 15 m
X = 20 m
X = 30 m
X = 40 m
Limite e1 = 1
0
10
20
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1

FIG. 12 _ TUYÈRE PYRAMIDALE A ENTREFER VARIABLE

Puissance volumique δ en fonction de l'ouverture α pour des tuyères de longueur maximale avec $M_1 = 0,6$ et différentes valeurs de e_1.
Conditions de fin de détente : M = 1 ou J = 0.

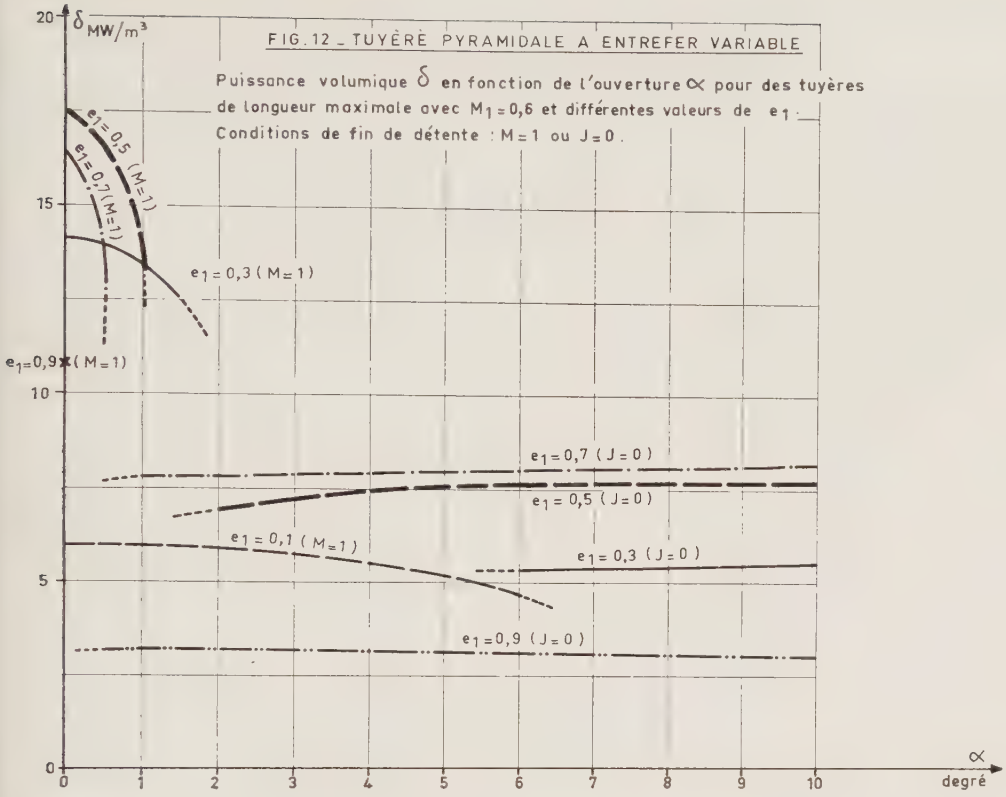


FIG. 13 _ TUYÈRE PYRAMIDALE A ENTREFER VARIABLE

Rendement par rapport à l'isentropique η_s en fonction de l'ouverture α pour des tuyères de longueur maximale avec $M_1 = 0,6$ et différentes valeurs de e_1
Conditions de fin de détente : M = 1 ou J = 0.

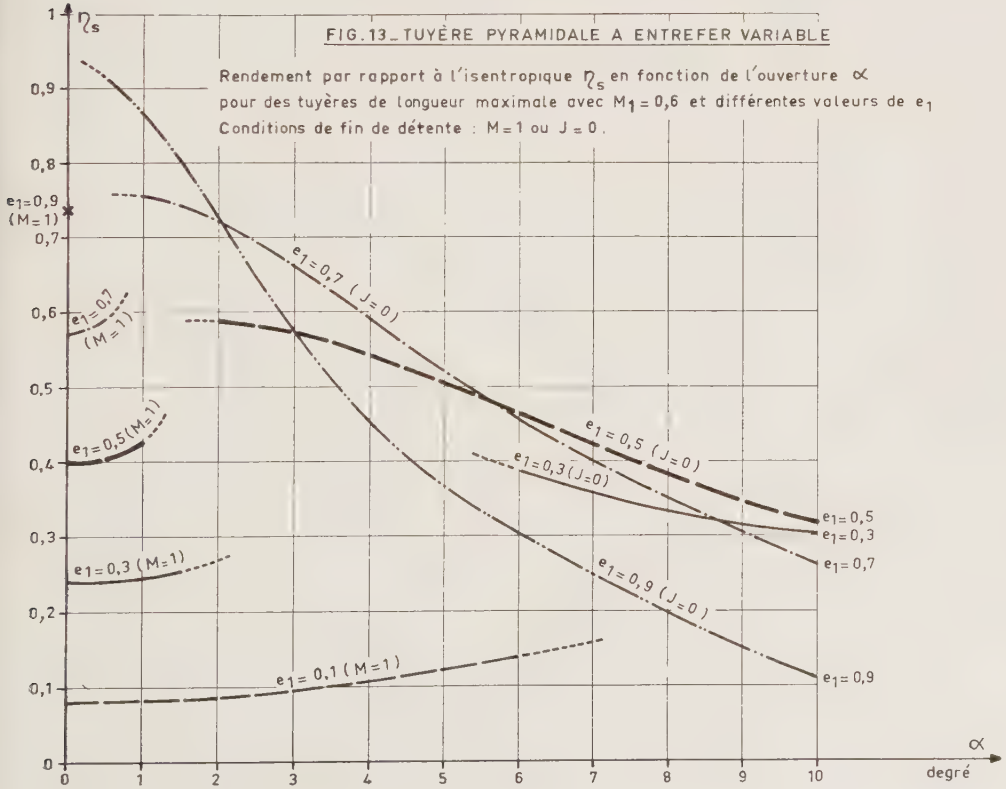


FIG.14 _ TUYÈRE PYRAMIDALE A ENTREFER VARIABLE

Facteur de conversion F_c en fonction de l'ouverture α pour des tuyères de longueur maximale avec $M_1 = 0,6$ et différentes valeurs de e_1.
Conditions de fin de détente : $M = 1$ ou $J = 0$.

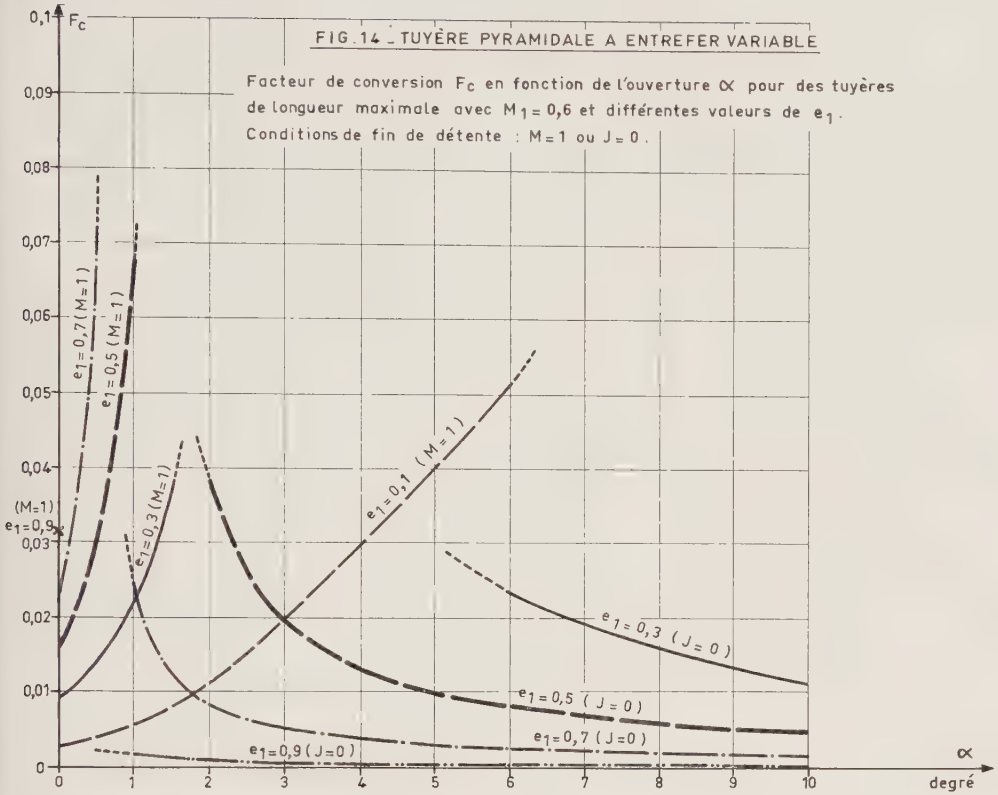
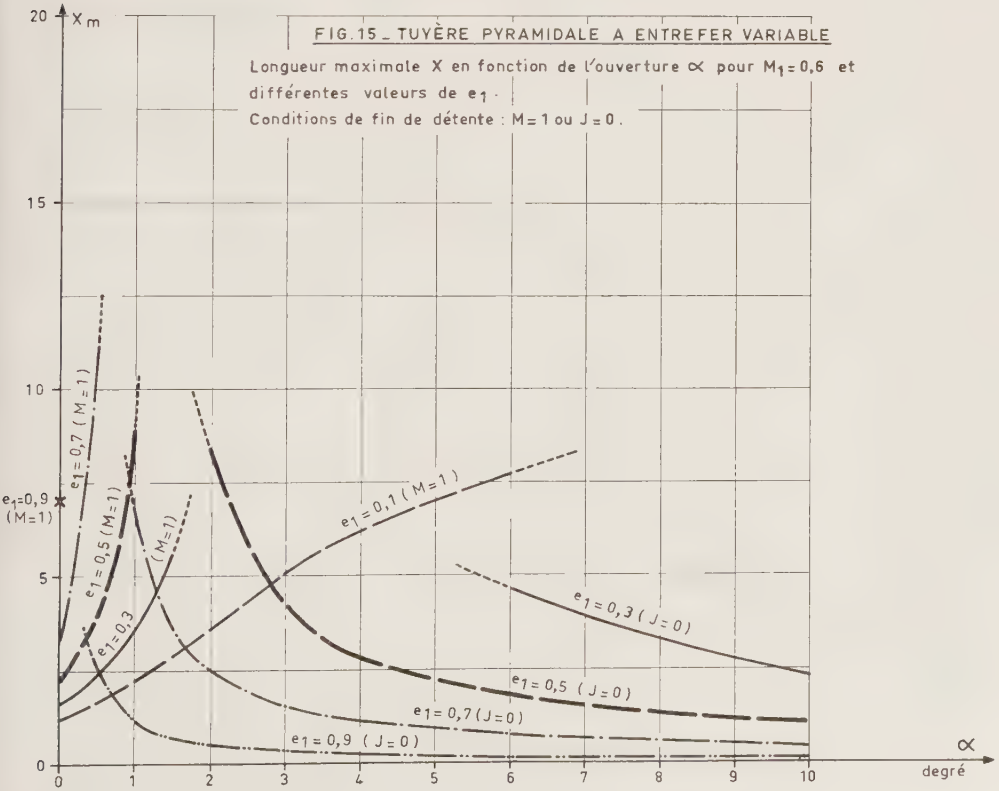


FIG.15 _ TUYÈRE PYRAMIDALE A ENTREFER VARIABLE

Longueur maximale X en fonction de l'ouverture α pour $M_1 = 0,6$ et différentes valeurs de e_1.
Conditions de fin de détente : $M = 1$ ou $J = 0$.



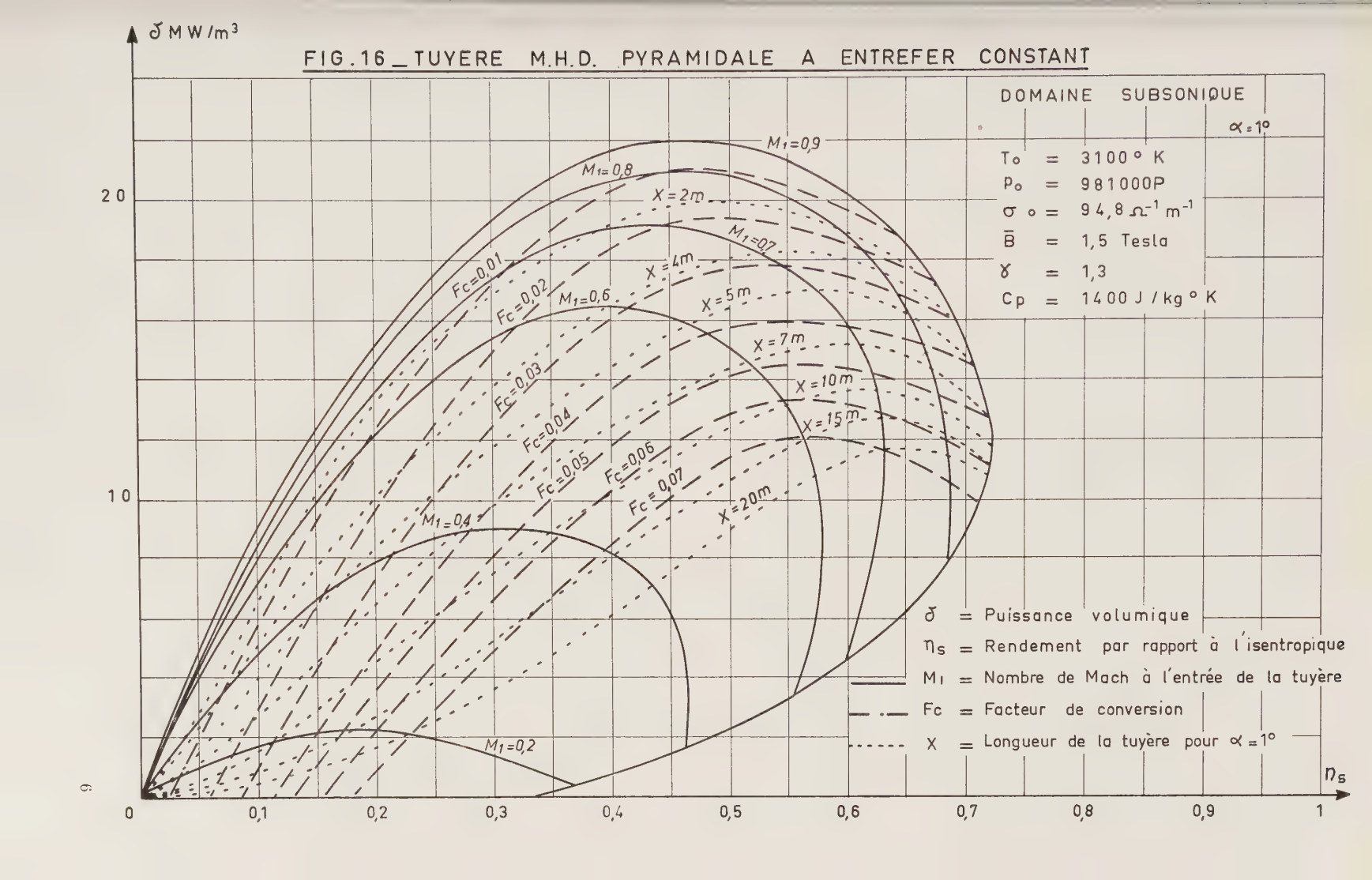


FIG. 16 _ TUYERE M.H.D. PYRAMIDALE A ENTREFER CONSTANT
δ MW/m³
DOMAINE SUBSONIQUE
α = 1°
T₀ = 3100 ° K
P₀ = 981000P
σ ₀ = 94,8 Ω⁻¹ m⁻¹
B̄ = 1,5 Tesla
γ = 1,3
Cp = 1400 J / kg ° K
M₁=0,9
M₁=0,8
M₁=0,7
M₁=0,6
M₁=0,4
M₁=0,2
X = 2m
X = 4m
X = 5m
X = 7m
X = 10m
X = 15m
X = 20m
Fc=0,01
Fc=0,02
Fc=0,03
Fc=0,04
Fc=0,05
Fc=0,06
Fc=0,07
δ = Puissance volumique
ηs = Rendement par rapport à l'isentropique
M₁ = Nombre de Mach à l'entrée de la tuyère
Fc = Facteur de conversion
X = Longueur de la tuyère pour α = 1°
ηs
20
10
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1

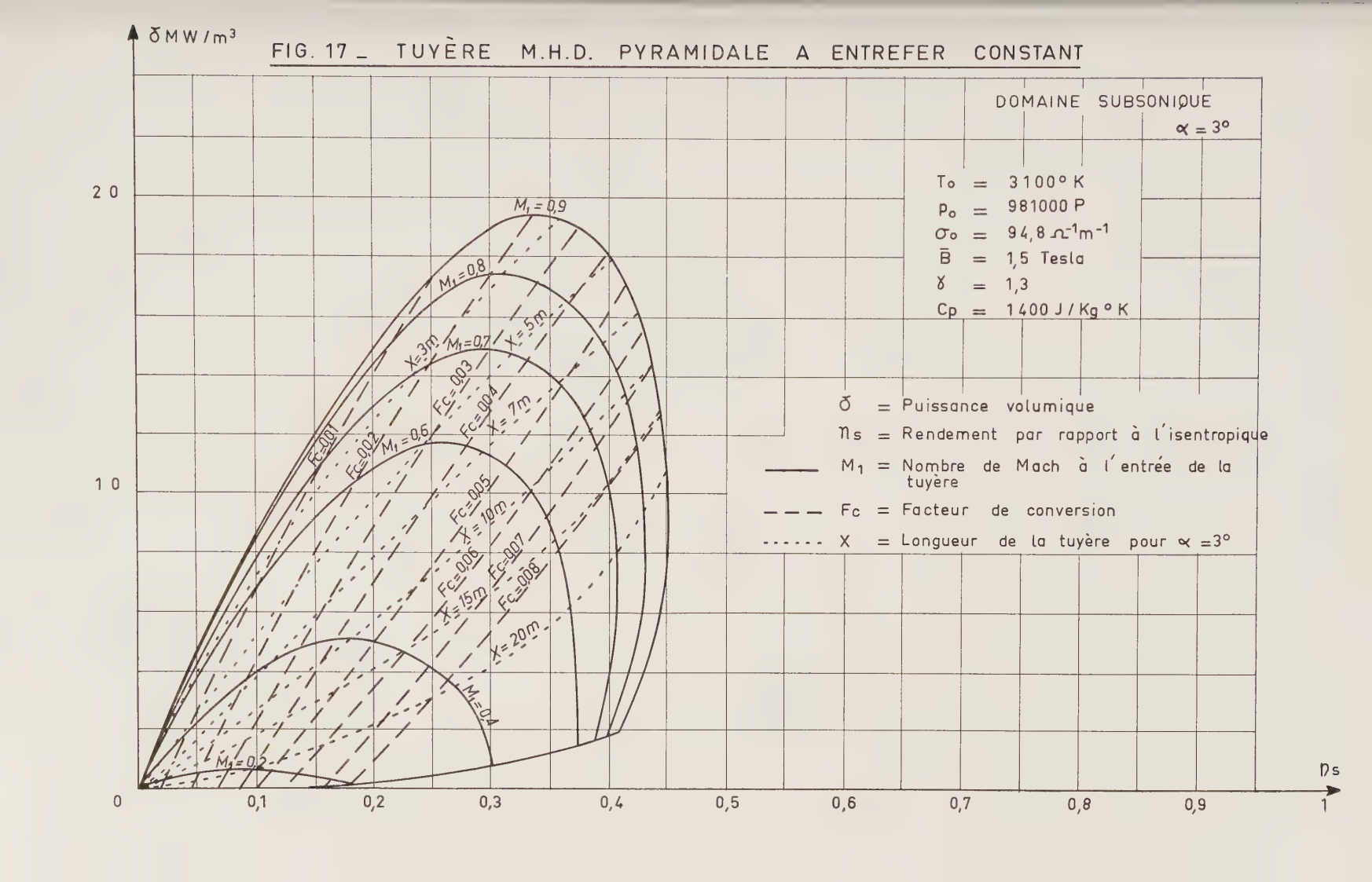

δ MW/m³
FIG. 17 _ TUYÈRE M.H.D. PYRAMIDALE A ENTREFER CONSTANT
DOMAINE SUBSONIQUE
α = 3°
To = 3100° K
Po = 981000 P
σo = 94,8 Ω⁻¹m⁻¹
B̄ = 1,5 Tesla
γ = 1,3
Cp = 1400 J / Kg ° K
δ = Puissance volumique
ηs = Rendement par rapport à l'isentropique
M1 = Nombre de Mach à l'entrée de la tuyère
Fc = Facteur de conversion
X = Longueur de la tuyère pour α =3°
M1 = 0,9
M1 = 0,8
M1 = 0,7
M1 = 0,6
M1 = 0,4
M1 = 0,2
X=3m
X=5m
X=7m
X=10m
X=15m
X=20m
Fc=0,001
Fc=0,002
Fc=0,003
Fc=0,004
Fc=0,005
Fc=0,006
Fc=0,007
Fc=0,008
20
10
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1
ηs

FIG.18 _ TUYERE M.H.D. PYRAMIDALE A ENTREFER CONSTANT

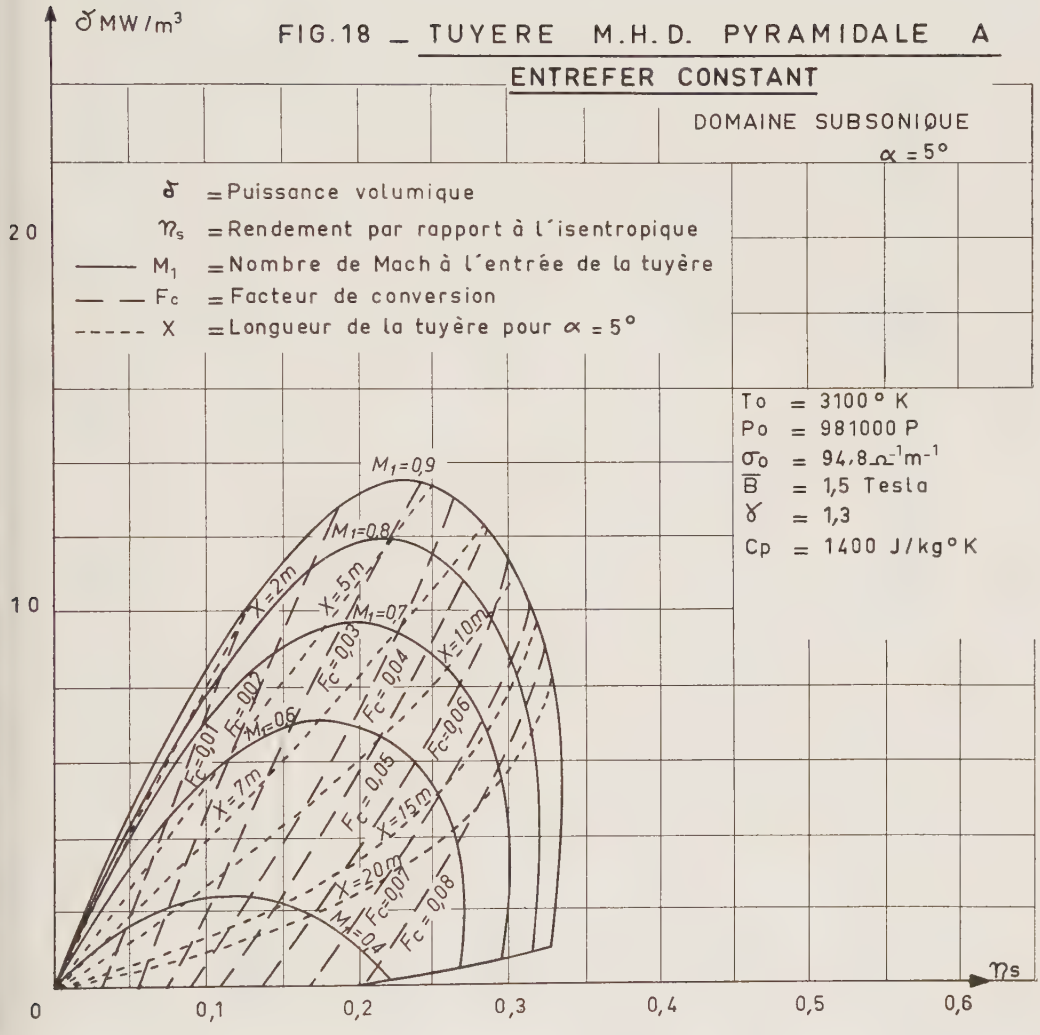
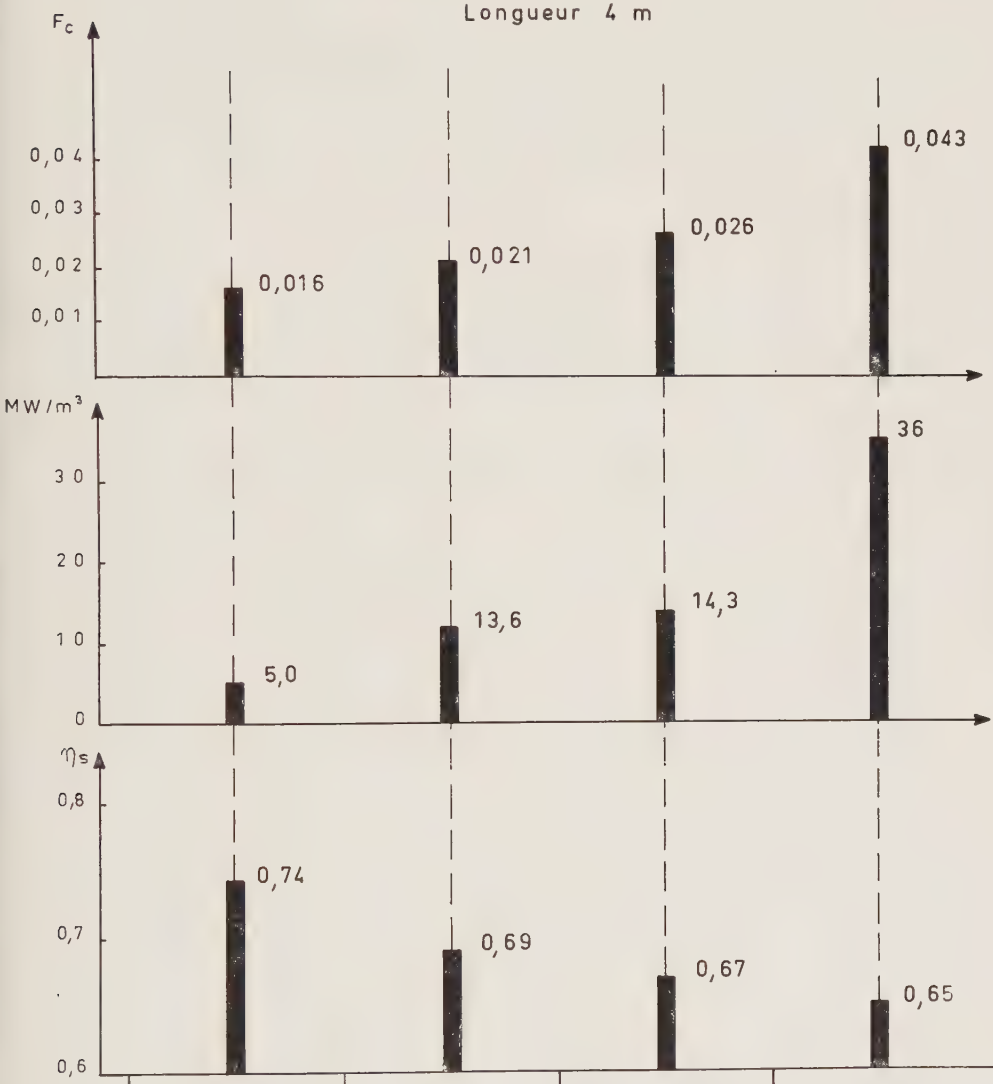


FIG. 19

INFLUENCE DE LA NATURE DU GAZ

Générateur M.H.D. à section constante 1 m x 1 m

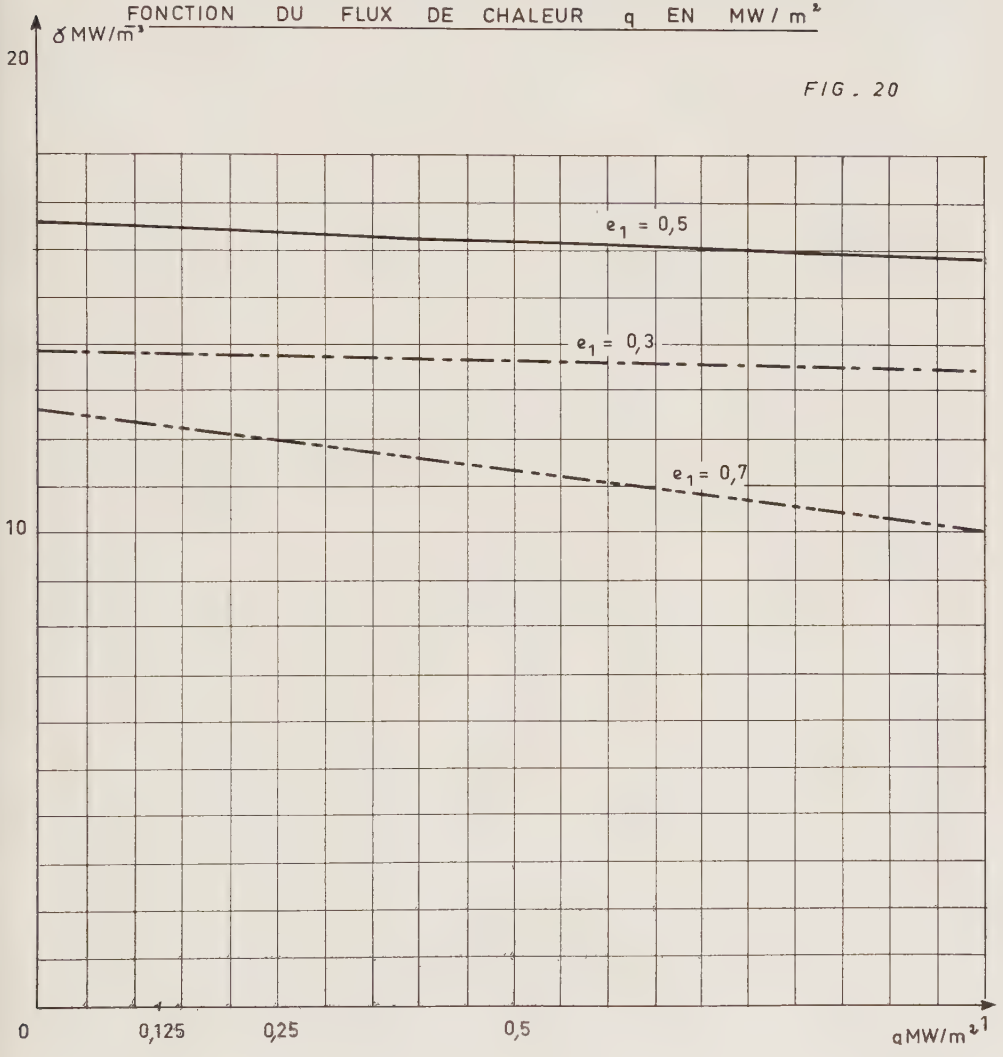
Longueur 4 m



	ARGON	AIR	GAZ CARBONIQUE	HELIUM
γ	$^5/_3$	1,4	1,3	$^5/_3$
Cp J/kg° K	520	1275	1400	3925

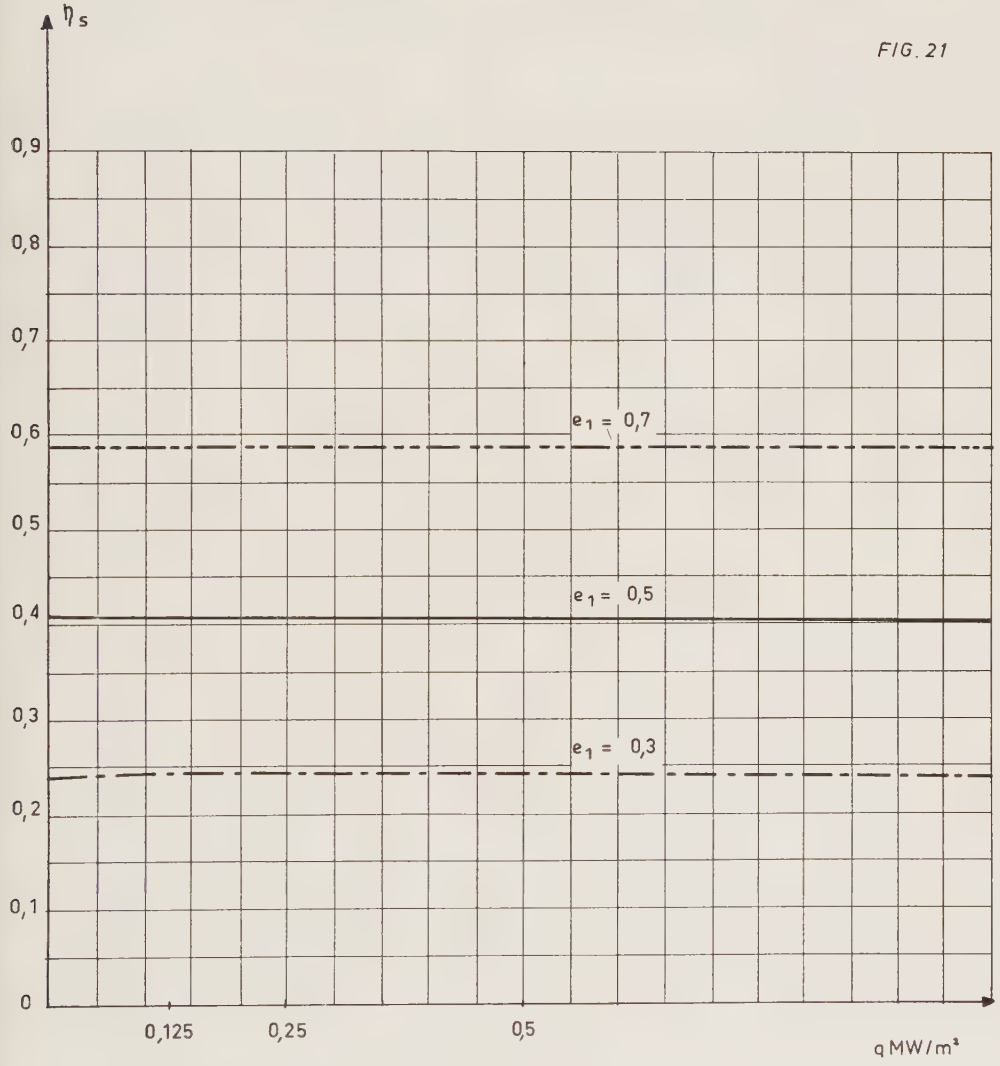
INFLUENCE DES PERTES DE CHALEUR PAR LES PAROIS $M_1 = 0,6$ $\alpha = 0,5°$ — PUISSANCE VOLUMIQUE δ EN MW/m^3 EN FONCTION DU FLUX DE CHALEUR q EN MW/m^2

FIG. 20



INFLUENCE DES PERTES DE CHALEUR PAR LES PAROIS $M_1 = 0,6$ $\alpha = 0,5°$ – RENDEMENT ISENTROPIQUE η_s EN FONCTION DU FLUX DE CHALEUR q EN MW / m²

FIG. 21

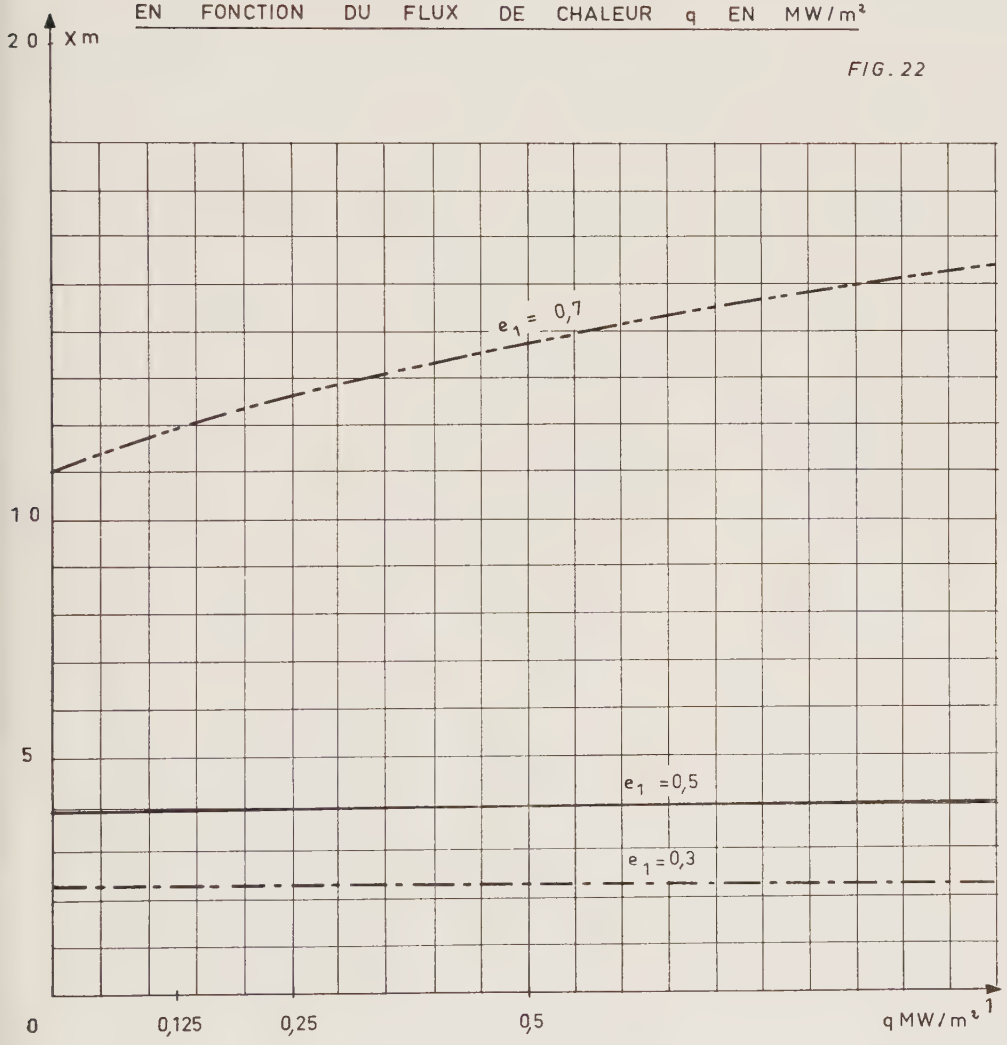


INFLUENCE DES PERTES DE CHALEUR PAR LES PAROIS

$M_1 = 0,6$ $\alpha = 0,5°$ – LONGUEUR DE LA TUYERE X EN METRES

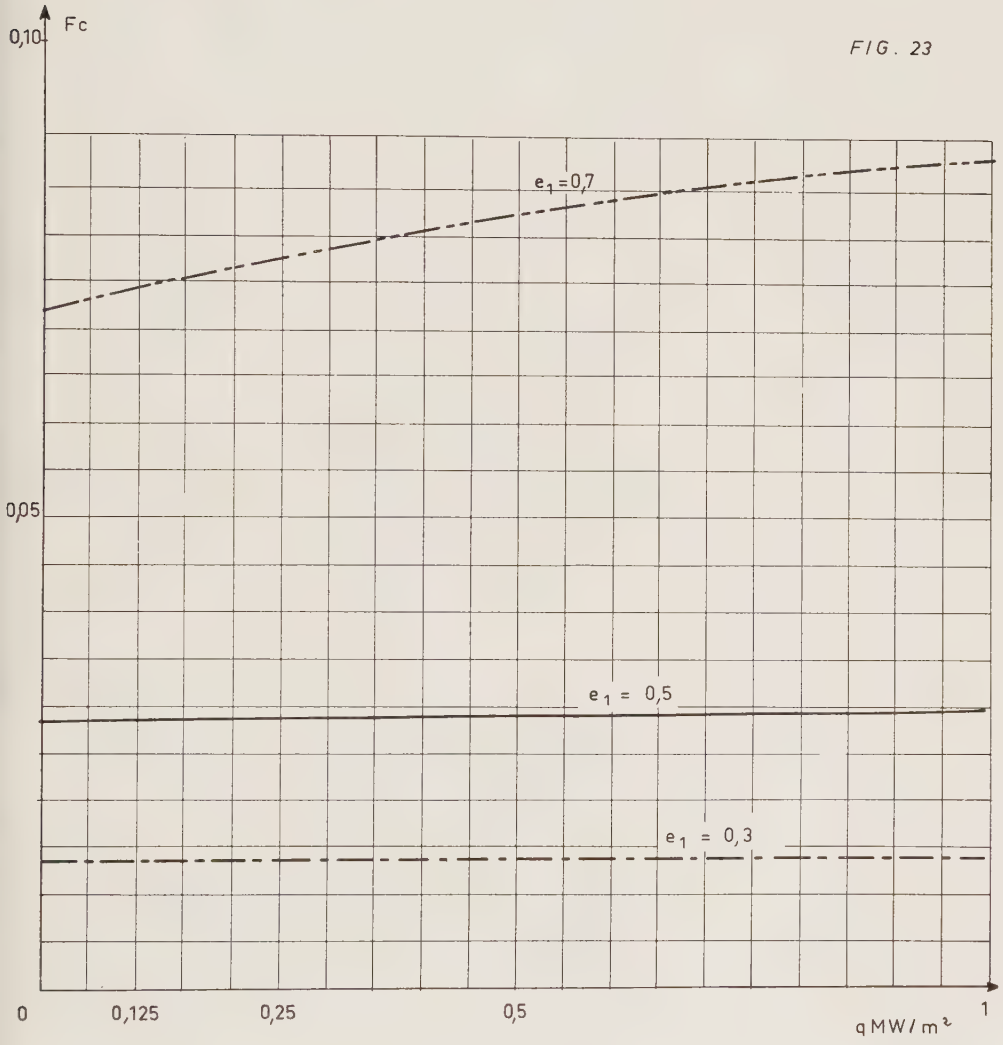
EN FONCTION DU FLUX DE CHALEUR q EN MW/m^2

FIG. 22



INFLUENCE DES PERTES DE CHALEUR PAR LES PAROIS $M_1 = 0,6$ $\alpha = 0,5°$ _ FACTEUR DE CONVERSION Fc EN FONCTION DU FLUX DE CHALEUR q EN MW / m²

FIG. 23



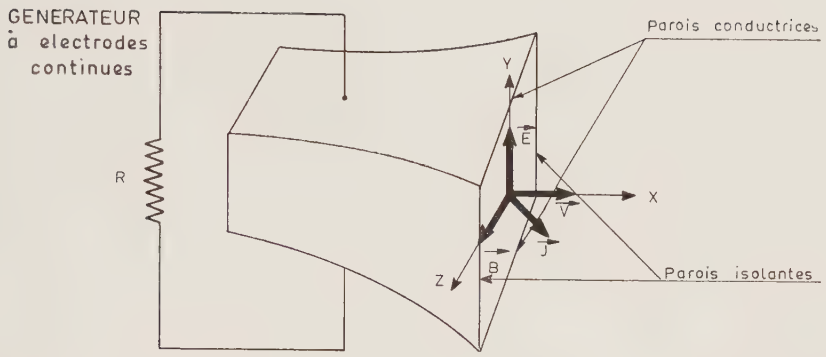


FIG. 24

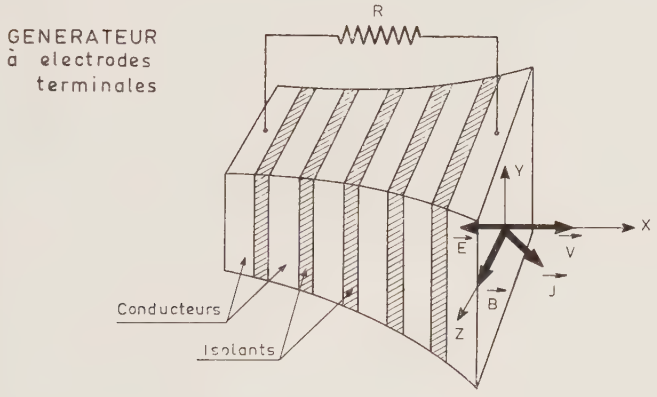


FIG. 25

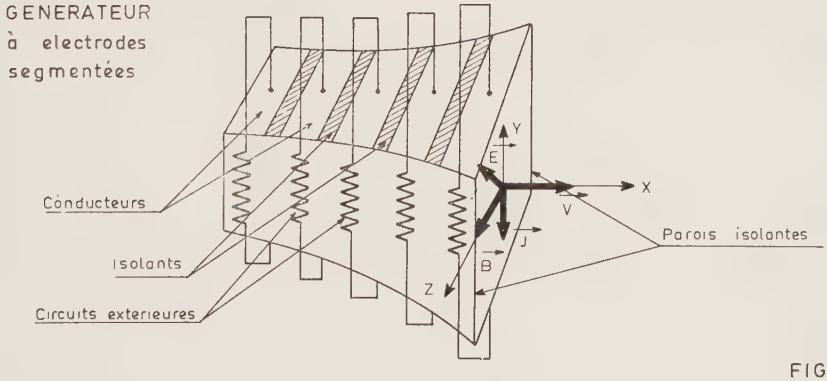
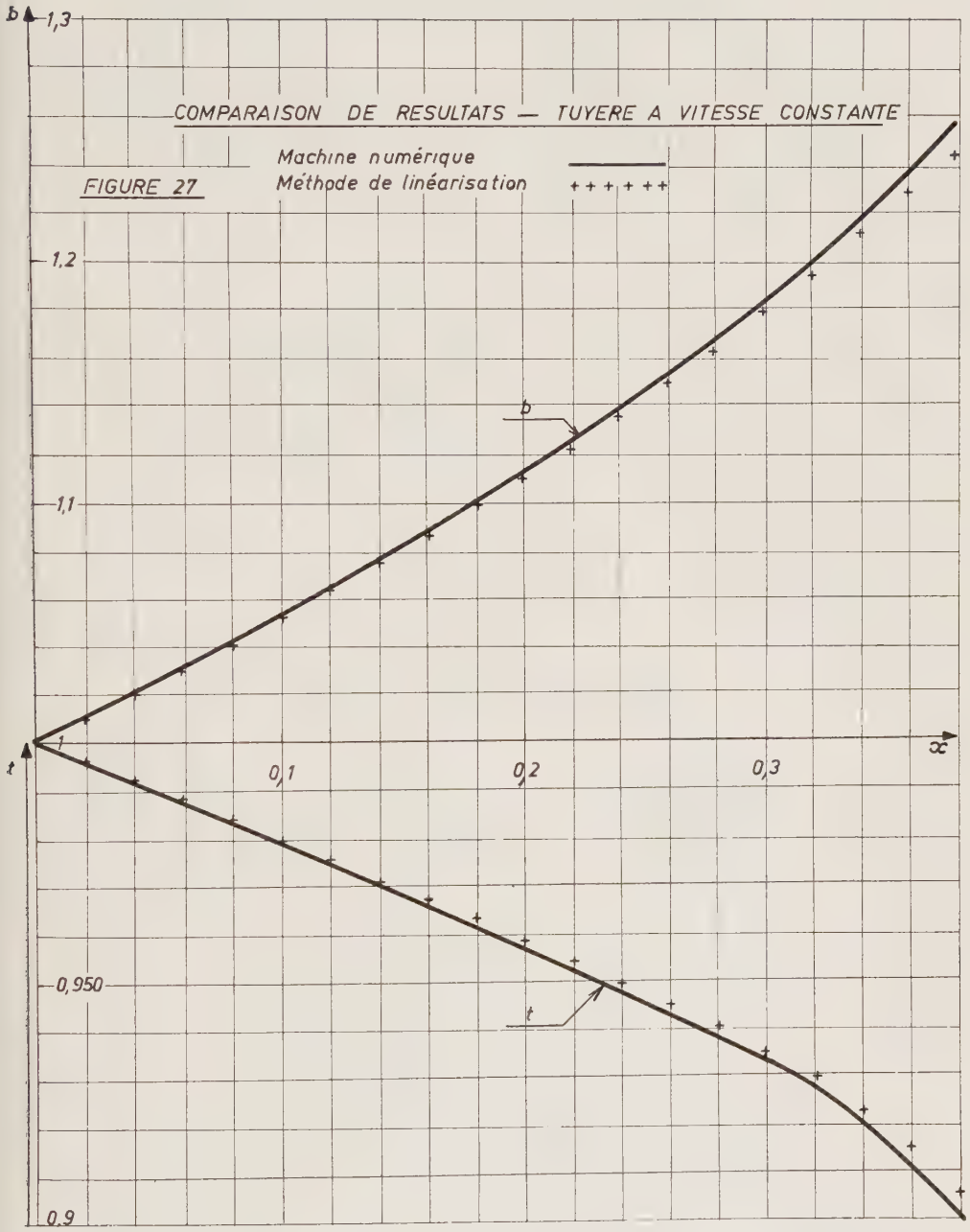


FIG. 26



COMPARAISON DE RESULTATS — TUYERE A VITESSE CONSTANTE

Machine numérique

Méthode de linéarisation

FIGURE 27

FIG.28_CYCLE FERMÉ AVEC TURBINE A VAPEUR.

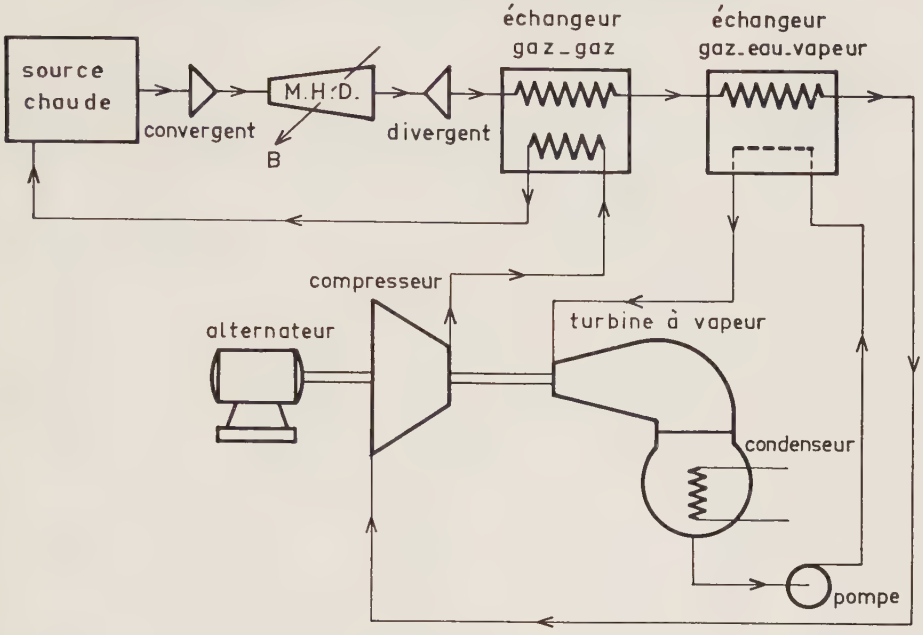


FIG.29_CYCLE FERMÉ AVEC TURBINE A GAZ

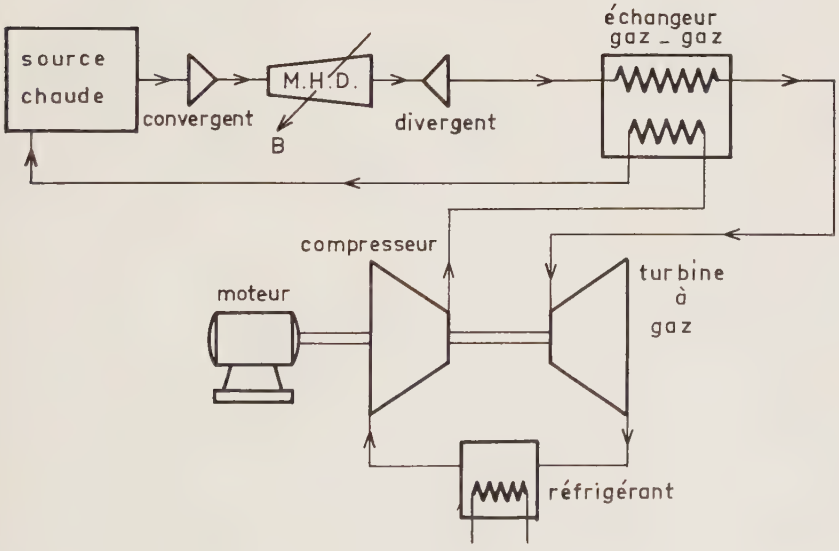


FIG. 30 _ CYCLE OUVERT AVEC TURBINE A VAPEUR .

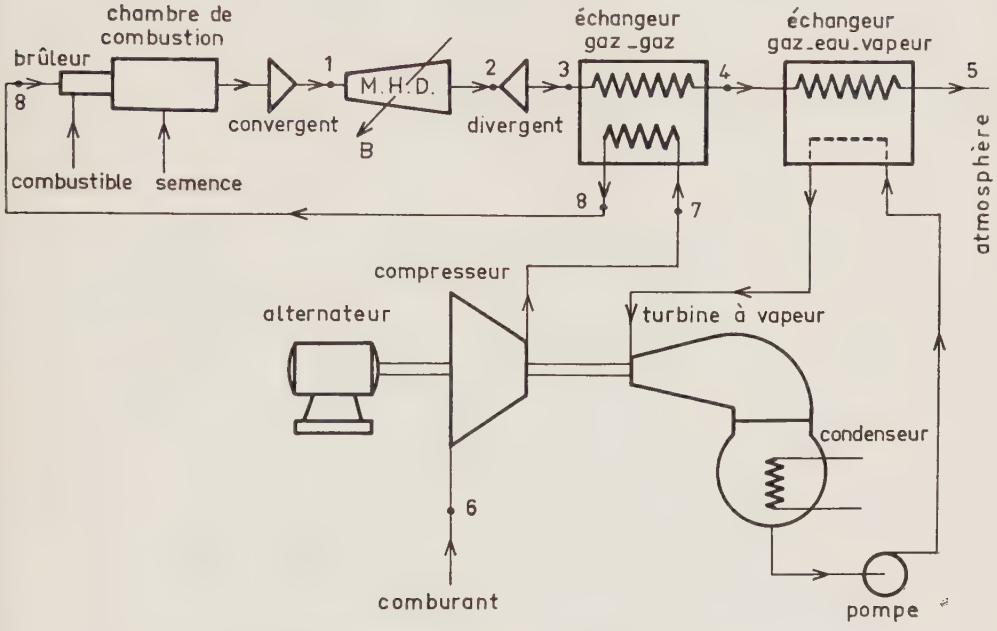
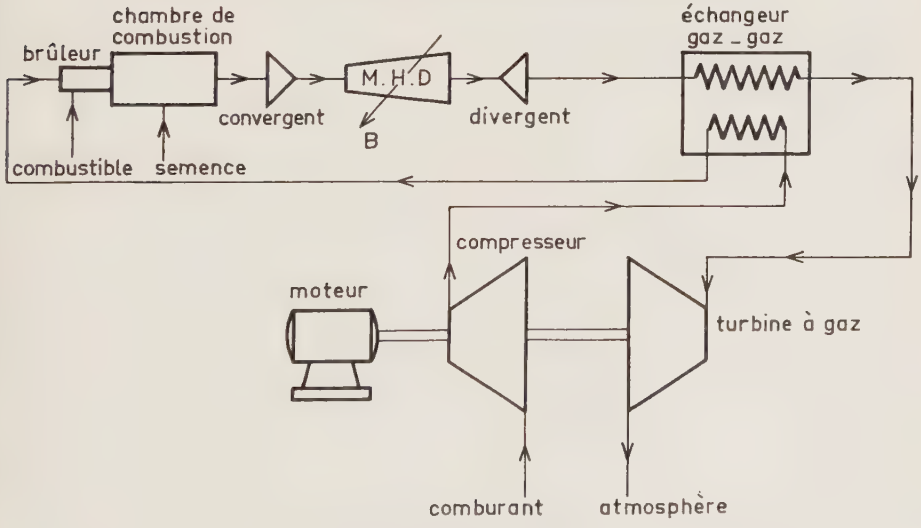


FIG. 31 _ CYCLE OUVERT AVEC TURBINE A GAZ.



BIBLIOGRAPHIE

1. T. G. Cowling. — Magnétohydrodynamique. Dunod 1960.
2. P. Germain. — Introduction à l'aéromagnétodynamique. O.N.E.R.A. Mémo Technique n° 11, 1958.
3. G. Ribaud et N. Manson. — Equilibres physico-chimiques et données thermodynamiques des mélanges gazeux aux températures élevées. Publication du Ministère de l'Air, n° 294, 1954.
4. G. Emschwiller. — Chimie Physique, tome 1. Collection Euclide. Presses Universitaires de France, 1959.
5. Huff et Gordon. — Report 1037. National Advisory Comitee for Aeronautics, 1951.
6. B. Salé. — Méthodes de calcul pour la détermination des performances énergétiques des carburants destinés à la propulsion. Institut Français du Pétrole, P. V. 6269, 1959.
7. J. L. Delcroix. — Introduction à la théorie des gaz ionisés. Dunod 1959.
8. L. Spitzer. — Physique des gaz complètement ionisés. Dunod 1959.
9. S. Chandraseklar et S. K. Trehan. — Plasma Physics. The University of Chicago Press, 1960.
10. L. P. Harris. J. D. Cobine. — The significance of Hall effect for three M.H.D. Generator configurations. A.S.M.E. Publication, n° 60, WA 329, 1961.
11. H. Hurwitz, J. R. and R. W. Kilb and G. W. Sutton. — Influence of tensor conductivity on current distribution in a M.H.D. Generator. Journal of Applied Physics, vol. 32, n° 2, 1961.
12. L. P. Harris. — M.H.D. power generation — An application for Magnetohydrodynamics. Proceedings of the National Electronics conference, vol. XVI, 1960.
13. B. Sonnerup. — Some effects of tensor conductivity in Magnetohydrodynamics. Journal of the Aerospace Sciences, vol. 28, n° 8, 1961.
14. N. R. Dibelius et E. A. Luebke (General Engineering Laboratory) et George J. Mullaney (Research Laboratory). — Electrical conductivity of flamme gases seeded with alkali metals and application to M.H.D. power plant design. 1961.
15. L. S. Frost. — Conductivity of seeded atmospheric pressure plasmas. Journal of applied physics, vol. 32, n° 10, 1961.
16. W. B. Coe et C. L. Eisen. — The effect of variable plasma conductivity on M.H.D. energy converter performance. Electrical Engineering, decembre 1960.
17. Vernon H. Blackman, Malcolm S. Jones and Anthony Demetriades. — M.H.D. power generation studies in rectangular channels. Second symposium on the engineering aspects of Magnetohydrodynamics, 1961.
18. E. L. Resler and W. R. Sears. — The prospects for Magneto-Aerodynamics. Journal of the Aeronautical Sciences, april 1958.

19. J. Naze. — Action des champs magnétiques sur l'écoulement d'un fluide conducteur de l'électricité dans une tuyère. Astronautica Acta, vol. VII, Fasc. 4, 1961.
20. J. D. Cole et J. H. Huth. — On one dimensional inviscid magnetohydrodynamic flow. Rand corporation. Santa Monica. California, P. 1827, 1959.
21. Erling Dahlberg. — On the one dimensional flow of a conducting gas in crossed fields. Quarterly of applied mathematics, vol. XIX, n° 3, 1961.
22. Neuringer. — Optimum power generation using a plasma as the working fluid. ASTIA Document, n° AD 217.005, 1959.
23. Neuringer. — Optimum power generation from a moving plasma. Journal of Fluid Mechanics, vol. 7, Part. 2, 1960.
24. S. Way. — Magnetohydrodynamic power generation. Westinghouse research laboratories. Scientific paper 6-40509-2-P2, 1960.
25. Sutton. — Design considerations of a steady D. C. magnetohydrodynamic electrical power generator. General Electric. n° R 59, SD 432, 1959.
26. E. A. Brun et A. Martinot-Lagarde. — Mécanique des fluides. Dunod, 1960.
27. J. Goubeau et W. Klemm. — Z. Physik Chem. B. 36, 362, 1937.
28. W. Pflaum. — Mollier. — Diagramm für Verbrennungsgase aus Kohlenwasserstoffen.
29. F. M. Page et T. M. Sudgen. — Trans. Faraday Soc. 53, 1092, 1957.
30. T. H. O'Dell. — A programme for solwing the flow equations in a plasma D. C. generator. Atomic Energy Research Establishment. A.E.R.E M 793 HL. 60/6813 (SC 12), 1960.
31. H. K. Messerle. — Plasma converter performance characteristics. Proceeding fifth international conference on ionization phenomena in gases. Munich 1961.
32. A. Kantrowitz et P. Sporn. — The application of the M.H.D concept to large-scale generation of Electric power. American Electric Power Service Corporation and A.V.C.O Research Laboratory, April 1959.
33. C. G. Von Fredersdorff. — M.H.D generation of electric energy Power, May 1961.

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION 3

1. **Equations générales de la magnétohydrodynamique** 7

1.1. — Equation de continuité 7
1.2. — Equation de l'impulsion 8
1.3. — Equation de l'énergie 9
1.4. — Equations de Maxwell 10
1.5. — Loi d'Ohm 11
1.6. — Equation d'état 14
1.7. — Loi de la conductivité 21

2. **Description de l'écoulement dans une tuyère M. H. D.** 23

2.1. — Système d'équations de l'écoulement quasi-unidimensionnel 23
2.2. — Principaux paramètres caractérisant une détente 25
2.3. — Sens d'évolution des écoulements 29

3. **Résolution des équations pour différents types de tuyères M. H. D.** 33

3.1. — Calculs mécanographiques 33
3.2. — Influence de divers paramètres 41
3.3. — Résolution du système d'équations par linéarisation 46
3.4. — Centrale M. H. D. 49

CONCLUSION 53

BIBLIOGRAPHIE 101

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

« Tube de Ranque »

Vu et approuvé :
Paris, le 8 juin 1962
Le Doyen de la Faculté des Sciences,
Marc ZAMANSKY

Vu et Permis d'imprimer :
Le Recteur de l'Académie de Paris,
Jean ROCHE

Imprimé en France. — IMPRIMERIE JOUVE, 15, rue Racine, PARIS (6e).
N° 820. — Dépôt légal : 4e trimestre 1963